



Applications des

Mathématiques

Livre de l'élève

Deuxième secondaire

Auteurs

M. Kamal Younis Kabsha

Prof.Dr. Nabil Tawfik Eldabe

M. Cerafiem Elias Skander

révisée par

M. Hussein Mahmoud Hussein

conseiller pour les mathématiques

La. Tradiction révisée par

M. Fathe Ahmed Chehata

M. Adel Mohamed Hamza

M. Nasser Saad Zaghloul

2019-2020

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

Première édition 2015/2016 Numéro de Dépôt 10559 / 2015 Numéro de Dépôt International 978 - 977 - 706 - 016 - 5

Avant-propos



Nous avons le plaisir de vous présenter ce manuel et la philosophie sur laquelle le contenue de ce livre a été fonder et que nous allons résumer dans ce qui suit :

- Développé de l'unité de la connaissance et son intégration dans les mathématiques ainsi que l'intégration des notions et la baison entre tous les différents domnines des mathématiques scolnires.
- 2 Donné à l'apprenant tout ce qui est opératoire des informations, des notions et des stratégies de résolution des problèmes.
- 3 Adopté l'accès des normes nationaux et les niveaux éduratifs de l'enseignement en Egypte à partir :
 - a) L'identification de ce qui est indispensable pour l'apprentissage des élèves et les motifs d'apprentissage.
 - b) La désermination précise des compétences attendues de l'élève.

Pour cela, un a axé sur les points suivants :

- · l'apprentissage des mathématiques sent un but à atteindre captimaellement par l'élève dans se via
- la motivation de l'apprenant vers les mathématiques.
- la capacité du travail individuel et le travail en groupe.
- l'activité, l'assiduité et la créativité de l'apprenant.
- l'aptitude de l'apprenant à communiquer en langage mathématiques,
- 4 Suggéré des méthodes et des stratégies d'enseignement dans le livre du maitre.
- 5 Suggéré des activités variées convenables au contenue pour que l'apprenant choisisse l'activité qui loi convent.
- 6 Estimé les mathématiques et les apports des savants musulmans, arabes et étrangers pour le développement des mathématiques.

Ce manuel comporte trois domaines:

- L'aigèbre, les relations et les fonctions. Le caloul différentiel et intégral. La frigonométrie.
- On a répartis le manuel en des unités intégrés et interconnectés. Pour chacune de ces unités, il y a une introduction qui indique les compétences attendues de l'élève, un organigramme et les vocabulaires. Chaque unité comprend des leçons dont l'objectif est titré A apprendre et chacune des leçons commence par une idée principale qui est l'axe de l'apprentissage.
 - Le contenue scientifique est hiérarchisé de plus simple au plus compliqué et comporte des activités, adaptés au niveau de compétence des élèvés et à leurs différences individuelles, ces activité visent à relier les mathématiques par les autres disciplines aussi bleu que chercher des liaisens et des applications de la vie courante. Lu rubrique Décelez l'erreur vise à remédier les erreurs communes des élèves. Le manuel actuel contient égaloment des miestions liées à l'environnement et son traitement.
- * Chaque leçon, contient des exemples variés, suivant les niveaux taxonomique et qui vont de plus facile au plus difficile, suivis par des exercices titréx Essayez de résoudre et enfin de la leçon des Exercices qui propose des problèmes variés abordent les notions et les compétences envisagées au cours de la leçon.
- * La parti illustrative de l'unité se termine par un Résumé comporte ce qu'il faut retenir de l'unité ensult Exercices généraux sur les notions et les capacités acquises au cours de l'unité.
- L'unité se termine par un Epreuve cumulative pour mesurer le niveau des compétences attendues acquises à la fin de l'unité.
- La cifiture du livre est par des Epreuves générales pour évaluer le niveau des compétences attendues acquises à la fin du semestre.

Enfin nous espérons que ce travail sera bénéfique pour vous et pour notre chère Egypte.

Et que Dieu soit derrière de l'intention, guide vers le droit chemin,

SOMMAIRE

I: N	lécanique	
	Introduction sur l'évolution de la mécanique.	_2
	Unité 1	
	1 - 1 Forces.	12
S	1 - 2 Décomposition des force.	20
Statics	1 - 3 Résultantes de plusieurs forces coplanaires, concourantes.	25
at	1 - 4 Equilibre d'une particule sous l'effet d'un système	
St	de forces coplanaires, concourantes.	31
		43
		45
-		_47
	Unité 2	
e	2 - 1 Mouvement rectiligne.	_52
고	2 - 2 Mouvement rectiligne à accélération uniforme.	64
nique	2 - 3 Chute libre	73
an	2 - 4 Loi de l'attraction universelle.	78
Ü	Résumé de l'unité.	_83
Dynam	Exercices généraux.	86
	Èpreuve cumulative.	88

SOMMAIRE

∏: Géométrie et mesure

	Unité 3	
	3 - 1 droite et plan dans l'espace.	92
Géométrie et mesure	3 - 2 Pyramide et cône.	98
	3 - 3 Aire latérale et aire totale d'une pyramide et d'un cône.	103
	3 - 4 Volume d'une pyramide et d'un cône droit.	107
	3 - 5 Equation du cercle	112
	Résumé de l'unité.	123
	Exercices généraux.	124
	Èpreuve cumulative.	126

Unité 4

Probabilité

4 - 1 Calcul de probabilité.	130
Résumé de l'unité.	147
Exercices généraux.	149
Èpreuve cumulative.	152

Épreuves générales.	155
Réponses de quelques exercices	166

Mécanique

Introduction sur l'évolution de la mécanique

De manière générale, la mécanique est la science qui étudie le mouvement et l'équilibre d'un corps matériel en utilisant des lois spécifiques. Par exemple, il y a des lois concernant la révolution de la Terre autour du Soleil, le lancement de missiles, de roquettes ou d'un obus d'un canon. La mécanique nous permet l'étude du changement de la position d'un corps matériel dans l'espace au cours du temps. L'influence mécanique entre les corps est l'effet qui change le monvement de ces corps suivant les différentes forces agissant sur ces corps. Donc, l'objet principal de la mécanique est l'étude des lois du mouvement et de l'équilibre des corps sous l'effet des forces. Cette science peut être divisée en deux domaines:

La statique(1)

(C'est la science de l'équilibre des corps) Elle étudie l'équilibre des corps sous l'influence de forces. On dit que les forces qui ne changent pas l'état du corps, sont en équilibre et que le corps est en équilibre sous l'effet de ces forces. L'étude de l'équilibre des corps (La statique) a commencé aux anciennes époques comme une nécessité de production des outils simples (comme les leviers, les portails, le plan incliné et autres). Les œuvres d'Archimède étaient un apport important pour fonder la science de la statique à cette époque.

La dynamique(2)

(C'est la science du mouvement des corps) Elle étudie les corps en mouvement sons l'influence des forces. Elle se divise en cinématique qui étudie les propriétés du mouvement du point de vue géométrique (description du mouvement sans se soucier des forces qui le provoquent) et la cinétique qui étudie l'effet des forces qui provoquent ou qui changent le mouvement. L'étude de la science de dynamique est venue trop tard après l'étude de la statique.

Il y a aussi:

La mécanique du point matériel (un corps dont on peut étudier le mouvement et l'équilibre en négligeant ses dimensions.)

La mécanique du solide (un corps formé d'un ensemble de points tels que pris deux à deux, leur distance est stable et ne varie sous aucune influence extérieure.).

La mécanique des corps à masse variable (certains systèmes ou corps subissent des changements de masse en fonction du temps, ajout ou séparation de corpuscules qui peuvent diminuer ou augmenter sa masse durant le mouvement. Parmi ces corps, on peut citer : les missiles, les

¹ On va étudier dans cette utilité la mition de force, ses propriétés, ses oridés de mesure, la décomposition d'une force en deux composantes. On va calculer la résultante de plusieurs forces concaurantes puis étudier l'équilibre d'un point matériel sous l'effet d'un système de forces coplanaires, conconsantes.

² D'ans cette unité (la cinématique) qui décrit le mouvement des corps sans étudier les forces qui le provoquent, Nous allons étudier le mouvement des corps et les phénomènes qui l'accompagnent, leurs causes, leurs lois et leur application sur le mouvement horizontal et vertical munis d'une accélération uniforme et la loi d'attraction universelle de Newton

véhicules miniers dont la masse changent avec la consommation de carburant).

La mécanique des corps qui subissent une déformation réversible (déformation élastique) étudie les corps capables de reprendre leurs formes et dimensions initiales lorsque l'influent extérieur s'annule, et ceux qui subissent une déformation îrréversible (déformation plastique), lorsque le corps soumis à des influents, il ne reprend plus sa forme initiale après que ces influents s'annulent.

L'évolution de la mécanique

Mécanique classique

L'une de plus ancienne des branches de la Mécanique, elle s'intéresse à l'étude des forces agissant aux corps et l'interprétation du mouvement des planètes et qui aide également aux multiples des techniques modernes (génic civil, génic de l'Architecture, l'observation spatiale,)

Mécanique quantique

C'est l'ensemble des théories physiques qui ont apparues au XXème siècle, pour expliquer les phénomènes au niveau de l'atome et des particules. La mécanique quantique a fusionné les propriétés de la particule et de l'onde pour donner le terme de dualité (onde corpuscule). De cette façon la mécanique quantique se charge de l'explication physique au niveau atomique. Elle s'applique aussi à la mécanique classique sans montrer son influence à ce niveau. La mécanique quantique est la généralisation de la physique classique en raîson de la possibilité de son application aux niveaux atomiques et général.

La mécanique quantique tire son nom de l'existence de quantas (grandeurs physiques ne pouvant se manifester que par multiples de quantités fixes, ces grandeurs sont par exemple l'énergie ou le moment cinétique des particules.).

Mécanique des fluides:

Cette branche de la mécanique quantique propose d'étudier les fluides (liquides et gaz...) et les forces qui y sont appliquées. Elle se divise en deux parties : la statique des fluides qui est l'étude des fluides au repos et la dynamique des fluides qui étudie des fluides en mouvement.

La mécanique biologique :

La mécanique biologique (biomécanique) : c'est la science de l'étude et l'analyse du mouvement des êtres vivants dans tous les égards (Anatomique, physiologique, corporelle et autres....), cette science traite les forces appliquées sur les corps vivants soit dans le cas de repos ou bien dans le cas du mouvement. Comme des exemples le mouvement des intestins, le débit sanguin dans les artères, transmission des ovules dans la nompe de Fallope, transmission des liquides dans l'uretère du rognon à la vessie, la digestion où à partir d'une analyse mécanique on peut améliorer les performances des organes

La théorie générale de la relativité

La théorie de la relativité d'Einstein a changé beaucoup de notions concernant les principales expressions de base en physique : le lieu, le temps, la masse et l'énergie. Elle a causé un saut en physique théorique et en physique de l'espace au XXème siècle, au moment de sa publication, et a rectifié la théorie de la mécanique newtonienne qu'on employait depuis 200 ans. La théorie de la relativité a changé la notion de mouvement de Newton en montrant que tout mouvement est relatif. La notion du temps a changé, il n'est plus fixe et limité. L'espace et le temps doivent être perçus comme formant une seule entité alors qu'ils étaient traités en tant que deux éléments différents. La notion du temps dépend de la vitesse des corps et la dilatation et la contraction du temps sont une notion fondamentale pour la compréhension de l'univers. Avec cela, toute la physique classique newtonienne a changé.



Activité

1 - Utilisez le WEB pour chercher les apports des mathématiciens pour l'évolution de la Mécanique. Quelques résultats de la recherche,

Le savant anglais Isaak Newton a en un grand apport pour avoir fondé la mécanique classique, il a établi les lois du mouvement qui constituent en fait des principes à la base de la grande théorie de concernant le mouvement des corps, et les phénomènes astronomiques:

Le savant allemand Johannes Kepler et l'italien Galileo Galilée avaient un rôle immense à fonder des lois sur le mouvement des planètes. Les lois de Kepler montrent l'existence des force de 1905 à 1916 et la mécanique quantique développée par Max Planck, Heisenberg, Schrödinger gravitation entre les planètes ainsi que le mouvement des planètes autour du soleil comme un centre du mouvement ces restaient dominante jusqu'à la découverte de la théorie de relativité d'Einstein et Dirac au début de vingtième siècle.

Ahmed Zewail est le premier à avoir montré comment l'étude des réactions chimiques pouvait être réalisée grâce à des flashs lasers extrêmement brefs (picosecoudes puis femto secondes), à l'aide d'un laser décrit comme « l'appareil photo le plus rapide du monde ». L'appareil mis au point permet de voir les mouvements des atomes, ce qui ouvre la possibilité de comprendre leur comportement et de probablement contrôler le résultat de leurs réactions. Le principe qu'il a développé consiste à soumettre un milieu chimique à deux flashs successifs : le premier génère la réaction, le second permet d'analyser par spectroscopie les composés chimiques

Le nom de Zewail a été marqué à la liste d'honneur avec Albert Einstein et Graham Bell.

Pour des informations supplémentaires cherchez dans l'Encyclopédie Wikipedia sur la site internet : http://arwikipedia.org

Unité des mesures

Lorsque un étudiant se présente aux facultés militaires, il soumet à des examens médicaux concernant la taille, le poids, la tension, la fréquence cardiaque............L'opération de la mesure est une comparaison entre deux quantités de même genre pour savoir le rapport entre leurs grandeurs. Le système utilisé dans la plus part de pays du monde es le système international unifié des mesures (S.I). Ce système se compose des unités de sept unités de bases qui sont standardisées par la mesure directe à l'aide des unités normatives pour la longueur, le temps et

la masse et qui sont gardées au centre des mesures à sèvres en France. Les autres unités sont dérivées des unités de base.

l Unité du système de mesure métrique :

Le tableau suivant montre les unités de base du système métrique et quelques transformations concernant ce système

Grandeur de base	Nom de l'anité	Symbole
Longueur	Mětre	(m)
Masse	Kilogramme	(kg)
Temps	Seconde	(s)

La caractéristique de ce système est la facilité de conversion d'une unité à une autre.



Le femto-seconde : est une partie d'un million de milliard de seconde, c'est-à-dire, un femto seconde vaut 10⁻¹⁵ secondes. Le rapport entre la seconde et le femto seconde est la même que celui entre la seconde et 32 millions années.

En 1990, le savant égyptien Ahmed Zewail a confirmé sa découverte connue sous le nom la chimie de femto, après un épuisant effort de son équipe de cherchenrs à l'institut technologique de Californie depuis 1979. Sa découverte a montré comment se faisaient les liaisons chimiques à l'échelle de quelques femto secondes, soit un millionième de milliardième de seconde à l'aide des flashs lasers extrêmement brefs décrit comme « l'appareil photo le plus rapide du monde ». L'appareil mis au point permet de voir les mouvements des atomes, ce qui ouvre la possibilité de comprendre leur comportement et de probablement contrôler le résultat de leurs réactions. Cela a permis l'intervention rapide au moment des réactions chimiques à l'aide du laser comme télescope pour voir et suivre les opérations de destruction et de développement dans la cellule. Ce grand savant arabe a mis sa découverte au service de la médecine, la physique, la cosmologie et beaucoup d'antres. Il a donné son nom à une école scientifique au nom du femto chimie.

2- Multiples des unités:

Unité	symbole	mesure
tera	7	1012
giga	5	109
mega	76/I:	10%
kilo	*	103

Sous-unités:

Unité	symbole	mesure
déci	â	10-1
centi	C	10-2
illim	m	10-3
micro	ti	10-6
nano	E	10-9
pico	р	1.0-12
femto	ľ	1.0-15

Unité (1)

A partir de cela, on peut convertir chacune des unités suivantes aux autres unités correspondantes :

- 1) 2.75 Km en m.
- 2 635 mm. en dm
- 3 750 k, Hertz en M, Hertz.
- 4 1970 gm en kg.

Comme suivant:

- 1 2.75 Km =2,75 × 1000 = 2750 m
- $2 635 \text{ mm} = 635 \times 10^{-2} = 6.35 \text{ dm}.$
- 3 750 kilohertz = 750 × 10^{-3} = 0.75 mégahertz
- 4 1970 gm = $1970 \times 10^{-3} = 1,97$ kilogramme

Rappel



km = 1000m

m = 10 dm

dm = 10 cm

cau = 10 mm

Il Grandeurs dérivées :

1 La vitesse

La vitesse est le taux de variation de la distance par rapport au temps. L'unité de mesure de la vitesse = L'unité de mesure de la distance: L'unité de mesure du temps. Alors l'unité de mesure de la vitesse est mètre/seconde (m/s).

2 L'accélération

L'accélération est le taux de variation de la vitesse par rapport au temps. L'unité de mesure de l'accélération; mêtre/seconde au carré (m/s²). A partir de cela, on peut convertir chacune des unités suivantes aux autres unités correspondantes :

- 1 km/h en m/s.
- 2 lkm/h en cm/s.
- 3 1 km/h/s en m/s2
- Tkm/h/s en em/s²

Comme suivant:

1 lkm/h =
$$\frac{1 \times 1900 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}}$$
 = $\frac{5}{18}$ m/s

Savez-Your



La seconde normalive est le temps découlé par l'atome de césiom pour osciller d'une tour complète.

Rappel



Les anités de mesure des quantités vectorielles (la vitesse, l'accélération, la force) décrivent seulement les intensités sans prendre la direction en compte

Bannet



En jour = 24 beares. En heure = 60 min. Minute, = 60 p.

2) 1 km/h
$$= \frac{1 \times 1000 \times 100 \text{cm}}{60 \times 60} = \frac{250}{9} \text{ cm/s}$$

3) km/b/s =
$$\frac{1000 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s} \times \text{s}} = \frac{5}{18} \text{ m/s}^2$$

4. km/b/s =
$$\frac{1000 \times 100 \text{cm}}{60 \times 60 \text{ s} \times \text{s}} = \frac{250}{9} \text{ cm/s}^2$$



Exercice

(1) Convertissez chacune des unités suivantes aux autres unités correspondantes

- 8 72 km/a en m/s
- b 1000 cm/s en km/h
- \$ 36 km/h.s en cm/s2

3 La force

La force est le produit de la masse (nt) par l'accéleration (a).

Si le symbole de la force est (F) alors $F = m \times a$.

Unités de mesure de l'intensité de force

Les unités absolues:

Comme Dyne et Newton où 1 Newton | 105 Dyne, Le Newton et Le Dyne sont définies comme le suivant:

Le Newton : c'est l'intensité de la force appliquée à une masse de 1 kilogramme ln imprime une accélération d'intensité 1 m /5²

Le Dyno e'est l'intensité de la force appliquée à une masse de 1 gramme lui imprime une accélération d'intensité I can /s²

négligeant su masse) fomport aur le sul avec une accélération uniform entre 9.78 et 9,83 m/s² selon de latitudes pour faciliter on va la consedérer 9,8 m/s².

Les unités gravitationnelles:

Comme le gramme poids (g,p) et le kilogramme poids (kg,p) où $1 kg,p = 10^3 g,p$.

Le kilogramme poids et le gramme poids sont définies ci-dessous;

Le kilogramme poids : c'est l'intensité de la force appliquée à une masse de 1 kilogramme lui imprime une accélération d'intensité 9,8 m/s²

Le gramme poids : c'est l'intensité de la force appliquée à une masse de 1 gramme lui imprime une accélération d'intensité 980 cm \cdot s²

Les unités gravitationnelles et les unités absolues sont liées par la relation: 1 kg p. = 9.8 Newton et 1 g.p. = 980 dyne.

A partir de cela, on peut convertir chacune des unités sulvantes anx antres unités correspondantes :

- 1 3.14 Newton en dyne
- 2 6,75 x 107 Dyne en Newton

Comme suivant:

- 10 3.14 Newton = $3.14 \times 10^5 = 314000$ Dyne
- 2 6.75×10^7 Dyne = 6.75×10^7 : $.0^5 = 675$ Newton



Exercice

- (2) Convertissez chacune des unités survantes aux autres unités correspondantes:
 - a 🛓 g.p. en dyne
- 5.36 × 1250 dyne en Newton
- c 2,50 Newton en dyne

On peut mettre les grandeurs dérivées dans le tableau suivant:

Grandeur dénivée	Relation avec d'autres grandeurs	Umités de mesures
La vitesse (v)	La distance : Le temps	10/8
L'accélération (a,	La vitesse. Le temps	$m_{l}a^{2}$
Force (F)	La masse × L'accélération	N

Vérifiez votre compréhension

Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

- 1 L'unité de mesure de la masse est:
 - & Le Dyne

b Le Newton

Le kilogramme

- Le kilogramme po'ds
- 2 Des grandeurs de base dans le système international est:
 - a La masse
- b La vitesse.
- l'accélération
- d La force

- Le millibbre est une umté équivalente à:
 - a 103 mètres
- 10 ³ mètres cubes
 10 ³ centimètres
- d 10 4 décimètres

Répondez aux questions suivantes :

- Que peut-on dre des quantités suivantes?
 - ₱ 10 ² mètres
- b 10⁻³ mêtres
- □© 1000 mèmes
- Convertissez chacun de ce qui suit en mètres:
 - 8 634 centimetres
- 5126 millimetres
- □ 0.534 décimètres
- 6 Pensé critique: Calculez en la ogranimes la masse de l'eau nécessaire pour remplir un recipient dont la forme d'un parallélépipède rectangle dont la longueur 1,6 mètres, la largeur 0,650 mêtres et la hauteur 36 centimètres sachant que la masse volumique de l'eau est égale à 1 g/cm³ er approchant le résultat à un entier près

[Conseil : La masse - volume x masse volumique]



La science de statique s'intéresse à la solution de tous les problèmes de nature géométriques qui concernent l'étade de l'équitibre des corps inateriaux ains, que la composition et la décomposition de s'orces qui leur sont appliquées et l'influence mutuelle entre ces corps. Les applications différentes de la statique sont multiples comme la construction des immeubles, des bûtiments et les ponts également la conception des outits et des macunes. Newton avait teuvres et des recherches dans ce domaine parim lesques. Principes mathématiques de la philosophie naturelle qui comporte trois parties qui sont la base de la science de Mécamque e assique. L'une des citations célèbre de Newton « le ne sais pas comment je m'apparais pour le monde mais je m'apparais pour moi même comme si l'étais un petit enfant qui joue de temps en temps au bord de la mer pour Trouvez un petit caulot asse ou un merveilleux coquiaisse tands que l'océan de la vérité est étendue vigne et remplir des secrets devant moi "



Après l'étude de l'unifé, il est prévu que l'éleve soit capable de:

- Recon aître a rotron de force, la force comme vecteur et les unités de mesure de la force seton les unités de mesure précédentes,
- Trouvéz la résultante de deux forces son intensité et sa direction (lès déux forces agassant dans a 1 même pomi)
- Decomposer une force connée en deux composantes Décomposer une force (tonnée en deux composantes orthogonales.
- ³ Trouvez la résultante de plusients torces coplana rés concourantes.
- Étaquer l'équiabre d'un point matériel sous l'effet de plusieurs forces coplanaires, concours ités dans

- les cas suivants sy deux forces coplansires, conconrantes sont en équi doc.
- si trois figrees coplanzires, concourantes sont en équillere.
- si plusieurs forces copianames, concourantes sont en équillère.
- Cateurer la résultante de deux forces géométriquement et algébriquement en utilisant la technologie d'information à travers des act vités.
- Appliquer les connaissances étudiées en sta, upé dans des situations physiques et de la vie quotidienne.





- Statique
 - FORES
 - Corpsylgide
 - Force de gravitation
 - Accélération d'une shute bre
 - Newton
 - Dyne
 - K egramme polds
 - Gramme po ds
 - Droite d'action dune force

- Décomposition d'Une force
- Composante d'une force Equilibre d'un cores
- Principe du triangle de forces
- Principe de Lamé
 - Equilibre d'un corps rig de
 - Plan Ilsse
 - Plan lisse incliné
 - Centre d'Inertie



Legan (1 - 4) Forces.

Notions

- Legen 1 20 Décomposition d'une force en deux composantes.
- L'eçon to 35 Résultantes de plus eurs forces coplanaires. concourantes.
- Legon (1 4) Equilibre d'une partieule sous l'effet d'un système de forces caplanaires, concourantes.



Calculatrice scientifique Logiciel graphisme



Statique

Forces.

Propriétés

Equilibre d'une particule sous l'effet de

deux

trois forces plusieurs forces

Principe de

Principe de

triangle de forces

Décomposition des forces en deux composantes orthogonales puls on mn et x = 0 et y = 0

Trouvez la résultante de forces

Géométriquement

Analytiquement

Polygone de forces

Décomposition dans deux directions déterminées

Décomposition dans deux directions orthogonales

Dawn forces

Trais-forces

Plasteyra larces.

Applications physiques et de la vie quot dienne

Utilisation de la technolog e

Forces

Name of Street or other

- Quelques notions de base de la statique,
- Propriétés des forces.
- Résultante de deux forces concourantes
- Trouvez la resultante de deux forces concourantes analytiquement.

Préface:

Vous savez que la statique est une branche des mathématiques qui propose d'etudier es forces et les conditions d'équilibre des corps matériels sous l'effet de ces forces. Dans cette unité, nous allons étudier l'équilibre des corps rigides (1) uniquement. Vous avez déjà étudié la différence entre les quantités scalaires et les quantités yectonelles ¹⁴.

Force

L'état d'équilibre d'un corps dépend de la nature de l'influence mécanique entre ce corps et les autres corps c'est-à-dire il dépend de l'état

de la pression ou l'attraction ou de la répulsion effectuées sur le corps et dues à cette influence.

Une force est définie par l'effet que produit un corps sur un



La quantités scalaire est déterminée par un nombre réel intensité) comme ; distance, temp, masse, aire.

La quantités vectorielle est déterminée par sa valeure et su direction, comme : vitesse, force, déplacement

Macabalaines de basa

- · Force
- Résultante
- Córps rigide
- Force de gravitation
- Accélération de la chute bre
- Newton
- Dyne
- Kaugramme pods
- Gramme.pods

Propriétés d'une force:

nutre

L'effet produit par une force dépend de trois facteurs qui sont;

 L'intensité de la force (Sa valeur numérique).

L'intensité d'une force est déterminée en la comparant à l'unité de force de base et l'unité de force de base en mécanique est le Newton (N) le kilogramme, poids (kg.p) où:

- ▶ 1 kgp 1000 gp et 1 Newton = 105 dyne
- ≥ 1 kgp = 9.8 Newton et 1 gp = 980 dyne (Sauf indication contraire) ⁽³⁾

Tipol (see

Les corps physique so divisent à :

- des corps rigides qui conscivent so forme quelque soit l'intensité de la force agissante sur eux.
- Des corps déformables, changeant leurs formes des une force leur à appliqués comme

I iquido, gaz , caoutekouc, patte a modeler,

Aldes padagogiques

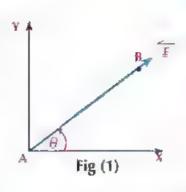
- Ca,culatrice scientifique
- Logida-graphisme

¹⁻ Un carps régide est un corps qui conserve sa forme sans déformation s'il est soumis à l'influence de facteurs extérieurs.

²⁻ La force de gravitation (le poids) est la force de l'attraction terrestre agissant sur le corps. La Terre attire los corps en chute se dirigeant vers elle. L'intensité de l'accélération agissant sur un corps en chute libre differe d'un lieu sur la Terre à un autre. Une valeur approchée de l'accéleration terrestre est 9,8 m/s² sanf indécation contraire. Nous allons exposer en theme en détailles dans d'autres parties de la mécanique.

(ii) La direction de la force

La figure (4) di-contre, représente une force | par le segment orienté AB où le point A est l'orlgine et le point B est l'extrémité de la force. L'intensité de la torce est exprimée par la nome du veoteur i ABI (sa longueur)(à une écnelle convenable». Le sens de la Dèche indique la direction de la force et l'angle 0 est appelé l'angle polaire

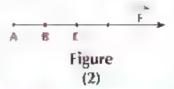


Pangle positif que fait le vecteur avec la direction positive de Faxe des abscisses.

du vecteur dans le plan de la forc $\hat{\Gamma}$, et les note sous la forme polaire (F,θ)

III); Le point d'application de la force.

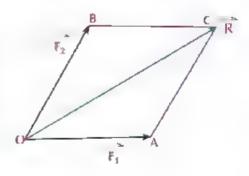
Dans la figure (1) : (Ténéralement, le point A se coincide a), point d'action de la force T, mais le deplacement du point d'applica tion de la force F en un autre point sur la droite d'action de F



ne change pas l'effe, de la force sur le corps comme le montre la figure (2). Dans la figure (1) AB est appelée la droite d'action de la force 📅 Donc la droite d'action d'une force est la droite passant par le point d'action de la force et parallèle à sa direction

Résultante de deux forces concourantes:

Si deux forces agissent sur corps en un même point, la force résultante agit au même point. Cette résultante à le même effet que les deux forces Elle est représentée géométriquement par la diagonale du parallélogramme dont deux côtes consécutifs représentent les deux forces Dans la ligure ci contre, on trouve que R représentant la diagonale OC représente, la résultante des deux forces I, et I.





-Utiliser le logiciel (Geogebra)

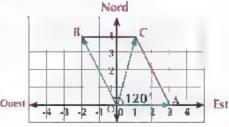
1 1 et 15 sont deux forces agissant en un même point d'un corps rigide telles que F 300 Newton agissant dans la direction de l'Est e. 15 400 agissant dans une direction faisant un angle de 60° Nord-Ouest. Calculer la résultante de ces deux forces



Choisissez une échelle de I cm pour représenter 100 New

Tracez \overrightarrow{OA} qui représente $\overrightarrow{F_1}$ où \overrightarrow{OA} 1 = 3 cm dans la direction positivé de l'axe des abscisses,

Tracez l'angle polarre / AOB te, que m (/ AOB) = 120°



l'uis tracez OB qui représente F2 où 10B =4 cm. On complète le parallélogramme OACB,

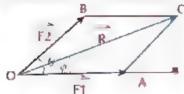
Remarque que la résultante des deux forces F , F, est représentée par le segment orienté OC . A l'aide du logiciel, on trouve que ll \overrightarrow{OC} $1 \sim 3.6$ km. d'où R $\sim 3.6 \times 100$ 360 N Remarquez que OC forme avec OA un angle de mesure 73° 53 53°

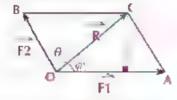
d'ou la résultante des deux forces F et F, est d'intensité d'environ 360 Newton qui forme un angle de mesure 73° 53° 53° avec la direction de 🗐 .

Application sur l'activité

1) Utiliser le logicle! (GeoGebra) pour trouvez la résultante de deux forces F_1 et F_2 ag ssant en un même point d'un corps rigide telles que $\vec{F_1} = 400$ Newton agissant dans la direction de l'Est et , T, = 500 Newton agissant dans une direction faisant un angle de 80° Nord-Est

Résultante de deux forces concourantes analytiquement







Soient F, et F, deux forces concourantes en un point O, Si la mesure de l'angle entre es directions de deux forces est θ et \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , représentent F, et F, alors OC représente la résultante R.

Si ϕ est la mesure que fait la résultante \mathbb{R} avec la force \mathbb{F}_1 alors

d'après la loi de cosinus, nous pouvons trouvez l'intensité et la direction de la résultante des deux forces $1^{\frac{1}{2}}$ et \mathbb{F}_{2} d'après les formules:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2r F_2 \cos \theta} \qquad \text{tan } \varphi \qquad \frac{F_2 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta}$$

où : F1 , F2 et R vont les intensités des forces F , F2 et R respectivement Réfléchissez: Comment démontrez les formules précédentes?

Exemple

- 1 Deux forces d'intensités 3 et 3 √2 Newton sont appliquées en un point matériel. L'angle formé par leur direction mesure 45°. Trouvez l'intensité de la résultante et la mesure qu'elle fait avec la première force.
- Solution >

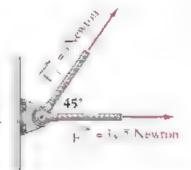
En posant
$$F_1 = 3$$
 . $F_2 = 3\sqrt{2}$, 45 θ°
$$\therefore \quad \mathbf{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$\therefore \quad R \quad \sqrt{(3)^2 + (3\sqrt{2} P - 2 \times 3 \times 3\sqrt{2} \cos 45)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 18 + 18\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ Newton}$$

$$\therefore \tan \phi = \frac{C_3 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta} \Rightarrow \tan \phi = \frac{3 + 2}{3 + 3\sqrt{2} \cos 45} = \frac{1}{3}$$

$$T \tan \varphi = \frac{\Gamma_3 \sin \theta}{\Gamma_1 * \Gamma_2 \cos \theta} \qquad T \tan \varphi = \frac{3 \sqrt{2} - \sin 45^{\circ}}{3 + 3 \sqrt{2} + \cos 45^{\circ}} = \frac{1}{3}$$



En utilisant une calculatrice on a : $m(\sqrt{\theta}) = 26^{\circ} 33' 54''$

Luce autre solution de la deuxième partie de l'exemple: Dans la figure dessous le triangle

OAB représente les forces F et F_1 tel que θ_1 est la mesure de l'angle que fait la résultante Ravec la ligne d'action de F.

 θ_s est la mesure de l'angle que fait la résultante $\overline{\mathbb{R}}$ avec

la ligne d'action de la force F.

En utilisan, la loi de smas-



alors:
$$\frac{F_1}{\sin \theta_1} = \frac{F_2}{\sin \theta_2} = \frac{R}{\sin \alpha} \cot \alpha = \theta_1 - \theta_2$$

Nous utilisons cette formule pour trouver la mesure de l'angle que fait la résultante avec les deux forces F₁ et F₂

Dans l'exemple précédent:

Pour trouver la mesure de l'angle que fait la résultante avec
$$\Gamma$$
 on utilise la relation:
$$\frac{V_2}{\sin \theta_2} = \frac{\mathbb{R}}{\sin \alpha} \qquad \therefore \frac{3\sqrt{2}}{\sin \theta_2} = \frac{3\sqrt{5}}{\sin 45} \qquad \text{alors } \sin \theta_2 = \frac{3\sqrt{2} \times \sin 45}{3\sqrt{5}}$$

Dont la mesure de l'angle que fait la résultante avec la force F es. 26° 33° 54° et c'est le même résultat déjà trouvé,

Remarque : on peut utiliser cette méthode pour résoudre les exercices.

Essayez de résoudre

Deux forces d'intensités 10 et 6 Newton sont app iquées en un point matériel. L'angle formé par leurs directions mesure 60°. Frouvez l'intensité de leur résultante et la mesure de l'angle que fait la résultante avec la première force,

Pense critique: Trouvez l'intensité et la direction de la résultante de deux forces 🗒 et

👯 dans les cas suivants:

- 1- Si les deux forces sont orthogonales.
- 2- Si les deux forces sont de même intensité.



- Trouvez l'interacté et la direction de la résultante pour \mathbb{F}_4 et \mathbb{F}_2 dans $\tan \varphi = \frac{\mathbb{F}_2}{\mathbb{F}_2}$ chacun des cas survants:
 - $\stackrel{\bullet}{=}$ F = 5 Newtons et F₂ ≈ 12 Newtons et la mesure de l'angle entre les deux forces est égale à 90°
 - b F₁ = F₂ = 16 Newton et la mesure de l'angle de deux forces est égale à 120°

2 : F_1 et F_2 sont orthogonales, done $m(/\theta) = 90^\circ$ Done $\sin(\theta) = 1$ et $\cos(\theta) = 0$: $R = \sqrt{F^2 + F_2^2}$ d'où $R = \sqrt{(5)^2 \cdot (12)^2} = 13$ Newton

La direction de la résultante avec $\overline{F_1}$ est $\tan \varphi = \frac{F_2}{F_1}$ d'où $\tan \varphi = \frac{12}{5}$

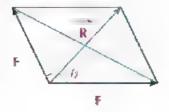
La mesure de l'angle que fait la résultante avec F, est 67' 22 49"

b
$$: \mathbb{R} - \sqrt{F^2 + F_2^2} \cdot 2F_1F_2\cos\theta$$

et en posant F1 - F2 - 16 Newtons

$$\therefore R = \sqrt{(16)^3 + (16)^2 + (16)^2 + 2 \times (6 \times 16) \cos (20)} = 16 \text{ Newton}$$

D'après la figure ci contre, on remarque que $F_1 = F_2 = R$ = 16 Newtons et que la resultante est une bissectrice de l'angle entre les deux forces de même intensités et que la mesure de l'angie que fait la résu tante avec chacune des deux forces est égale à 60°



on remarque de la figure : $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \frac{R}{R}$ $\therefore R = 2 F \cos \frac{\theta}{2}$

Essayez de resoudre

- (3) Trouvez l'intensité et la direction de la résultante des deux forces F et F dans chacun des cas suivants:
 - **8** $F_1 = 4.5$ Newton, $F_2 = 6$ Newton et la mesure de l'angle entre les deux forces est égale à 90°
 - **b.** $F_1 = F_2 = .2$ Newton et la mesure de l'angle entre les deux forces est égale à 60

Cas particuliers:

1- Si les deux forces ont la même droite d'action et si elles sont dans le même sens:

Dans ce cos m $(\angle \theta) = 0^\circ$ et alors cos $\theta = 1$ en substituant dans la formule de la résultante, on trouve que : $R = F_1 + F_2$. et la résultante a le même sens que celles des deux forces, Dans ce cas, R est appelée la valeur maximale de la résultante.



2- Si les deux forces ont la même droite d'action et elles sont de sens contraires:

Dans ce cas $\theta = 180^\circ$ et alors cos $\theta = -1$ en substituant dans la formule de la résultante, on trouve que: $R = tF_1 - F_2$ et la résultante a la même direction que la forçe de la plus grande intensité.



Dans ce cas, R est appe ée la valeur minimale de la résultante.

Exemple: I rouvez la valeur maximale et la valeur minimale de la résultante de deux forces d'intensités 4 et 7. Newtons,

- La va cur maximale -4+7=11 Newtons E.le agit dans la même direction que les deux forces.
- La valeur minimale 4 71 3 Newtons Elle agit dans la direction de la force d'intensité 7 Newton.

Exemple

3 Deux forces d'intensités le et 4 Newton sont appliquées en un point matérie.. La mesure de l'angle entre les deux forces est égale à 120°. Si l'intensité de leur résultante est égale à 4 y 3. Newton Trouvez l'intensité de F et la mesure de langle que fait la resultante avec la force F

> Solution

Par substitution: F = F, $F_2 = 4$, $R = 4\sqrt{3}$. $\theta = 120^\circ$

Dans la formule : $\mathbb{R}^2 - \mathbb{F}_2^2 + \mathbb{F}_2^2 + 2 \mathbb{F}_1 \mathbb{F}_2 \cos \theta$

..
$$(4\sqrt{3})^2 = F^2 + (4)^2 + 2 \times F \times 4 \cos 120^\circ$$

:
$$F^2 - 4F - 32 = 0$$
 Done: $(F + 4)(F - 8) = 0$ d'où $F = -4$ relisé

Pour Trouver la mesure de l'angle entre \overline{F} et \overline{R} on utilise la formule; $\tan \varphi = \frac{F_2 \sin \theta}{F_2 \sin \theta}$

$$\therefore \tan \phi = \frac{4 \times \sin 120}{8 + 4 \times \cos 120} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Donc la mesure de l'angle que fait la résultante avec F = 30°

Autre solution pour la deuxième partier

Pot r trouver la mesure de l'angle entre F et R on utilise la loi de sinus: $\frac{F_2}{\sin \varphi} = \frac{R}{\sin \varphi}$ $\sin 120$

 $\sin \varphi = \sin (20)$ $\sin \varphi = \frac{1}{2}$ En simplifiant

Donc la mesure de l'angle que fait la résultante avec la force F est égale à 30°

Essayez de récoudre

(4) Deux forces d'intensités 6 et l'appliquées en un point matérie. La mesure de l'angle de deux forces est égale à 135°. Trouvez l'intensité de la résultante sachant que sa droite d'action de la résultante fait un angle de mesure 45° avec la ligne d'action de la force F.

Expression orale: Trouvez la résultante de deux forces de même intensité, de même ligne d'action et de deux seus contraires.



Complétez ce qui suit:

- 1 L'effet d'une force sur un corps est déterminé par
- 2 Le vecteur résultant des deux forces F et T2 est égal à
- (3) La valeur maximale de la résultante de deux lorces concourantes d'intensités 4 et 6 Newton est égale à maximale de la résultante de deux lorces concourantes d'intensités 4 et 6 Newton
- 4 La valeur minimale de la résu tante de deux forces concourantes d'intensites 5 et 9 Newton est égale à
- (5) Deux forces d'intensités 2 et 3 N. Si la mesure de l'angle de deux forces l'est 60°, alors l'intensité de leur résultante est

Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- 6 L'intensité de la résultante des deux forces d'intensité 3 et 5 Newton et la mesure de leur angle est 60°, est égale à.
 - a 2 Newton
- h 6 Newton
- 7 Newton
- d 8 Newton

1 - 1 Fores

(7) S. denx forces d'intensités 3 et 4 Newton out une résultante d'intensit	té 5 Newton :	alors	la
mesure de l'angle de deux forces est égale à			

a 30°

b 45°

c 60°

d 90°

(8) Si deux forces de même intensité 6 Newton ont une résultante d'intensité 6 Newton, alors la mestre de l'angle de deux lorces est égale à

a 36°

b 60°

¢ 120°

4 150°

(9) S. deux forces d'intensités 3 et F Newton, la mesure de l'angle de leurs directions est de 120° et si leur résultante est orthogonale à la première force alors la valeur de F en Newton est égale à

1.5

b 3

© 3√3

d 6

(i) Si deux torces d'intensités 6 et 8 Newton sont onhogonales, a ors le sinus de l'angle que fait leur résultante avec la promière force est égal à:

3

b 4

<u>c</u> 3

d 4/3

Répondez aux questions suivantes:

(1) Deux forces d'intensités 5 e. 10 Newton sont appliquées en un point matériel. La mesure de leur angle est egale à 120°. Trouvez l'intensité de leur résultante et la mesure de l'angle que fait la résultante avec la première force

Deux forces d'intensités 3 et 3 √ 2 kgp sont appliquées en un point matériel. La mésure de l'angle formé par leur directions est egale à 45° Trouvez l'intensité et la direction de leur résultante.

(3) Deux lorces d'intensités 15 et 8 kgp son, appliquées en un point matériel. Si l'intensité de leur résultante est égale à 13 kgp, Trouvez la mesure de l'angle de ces deux forces

(14) Deux forces d'intensités 8 et F Newton sont appliquées en un point matériel. La mesure de leur angle est égale à 120°. S. Lintensité de leur résultante est égale à Γ √ 3 N. Trouvez la valeur de Γ.

(5) Deux forces d'intensités 4 et F Newton sont appliquées en un point matériel. La mesure de l'angle entre elles est égale à 135°. Si leur résultante fait un angle de 45° avec la force l'. Trouvez la valeur de F.

Deux forces d'intensités 4 et F Newton son, appliquées en un point materiel. La mesure de leur angle est égale à 20°, S leur résultante est orthogonale a la première force. Trouvez la vueur de F

17 Deux forces d'intensités Γ et Γ γ 3 Γ Newton sont appliquées en un point matériel. Si l'Intensité de leur resultante est égale a 2F Newton, Trouvez la mesure de l'angle de doux forces.

(8) Deux forces d'intensités 12 et 15 Newton sont appliquées en un point matérie. Le cosinus de l'angle de ces deux forces est égal à $\frac{4}{5}$. Frouvez l'intensité de leur résultance et la mesure de l'angle qu'elle fait avec la première force.

(9) Soient deux forces de même întensité F kgp. La mesure de leur angle est égale à 120°.Si on double les intensités des deux forces et si la mesure de leur angle devient 60°. l'intensité de leur résultante augmente de 11 kgp par rapport à la situation intriale. Trouvez la valeur de F.

- 20 Deux forces d'intensités 12 et F kgp agissent en un point matériel. La première force agut dans la direction Est. La deuxième force agi, dans la direction 60° Sud-ouest, Trouvez l'in tensité de F et l'intensité de la résultante sachant que la droite d'action de la résultante agit dans la direction 30° Sud-Est.
- 21) F et F₂ sont deux forces appliquées en an point matériel. La mesure de l'angle entre elles est égale à 120° et l'intensité de leur résultante est égale à √19 Newton. Si la mesure de l'angle entre les deux forces devient 60°. l'intensité de la résultante sera égale à 7 Newton. Trouvez la valeur de F_{1-x} F₂.
- 22 Deux forces d'intensités F et 2F kgp sont appliquées en un point matériel Si en couble l'intensité de la seconde force et on augmente l'intensité de la première force de 15 kgp, la direction de la résultante ne change pas. Trouvez la valeur de F.

Réflexion créative :

- 23 Deux forces de même intensité sont concourantes. L'intensité de leur résultante est égale à 12 kgp. S₂ on inverse la direction de l'une de ces deux forces, l'intensité de leur résultante sera égale à 6 kgp. Trouvez l'intensité de ces deux forces.
- Soient deux forces d'intens tés K et F, dont l'intensité de la résultante est 2K et la mesure de l'angle de entre les deux forces est egale à θ . Si la mesure de l'angle de deux forces devient (180° = θ), I intensité de leur résultante dimmue de monté. Trouvez le rapport entre K et F
- 25 Soient F et 2F, deux forces appliquées en un point matériel. La mesure de leur angle est égale à θ et l'intensité de leur resultante est égale à (√5 F(m + 1) Si la mesure de l'angle de deux forces devien. (90° θ) et l'intensité de la résultante sera égale à √5 F (m 1) Démontrez que san θ = m · ?



Activité

L'intensité de la résultante des deux forces concourantes F_1 et F_2 égale à R Newton. Si on inverse le sens de F_2 la résultante deviendra R $\sqrt{3}$ Newton et la nouvelle résultante deviendra orthogonale à la première résultante. Trouvez la mesure de l'angle de deux forces

- 1- Considerer que la mesure de l'angle de deux lorces est θ et que la mesure de l'angle que lant la résultante avec la force F_1 est θ .
- **2-** Trouvez tan θ puis trouvez tan (90° θ) en inversant le sens de \mathbb{F}_2
- 3- D'après les étapes précédentes, démontrez que $F_1 = F_2 \cong F$
- 4- En utilisant la formale de l'intensité de la résultante, trouvez la résultante des deux forces F et F₂ avant et après l'inversion du sens de F₂
- 5- Pouvez-vous déduire que cos θ = ½ pour trouver la mesure de l'angre de deux forces?
 Déduisez celu à partir des relations précédentes.
- 6- Savez vous d'autres méthodes de résolution ? Citez l'une de ces méthodes.



Décomposition des forces

Allez apprendre

- Décomposition d'une force en deux directions données.
- + Décomposition d'une
- e force en deux timections orthogonales.

- Composante d'une force
- Centre de gravité

Vcabulaire de base

- Triangle de forces

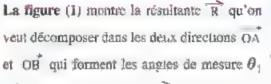
Aldes pédagogiques

- Calculatrice Scientifique.
- Logiciels de Graphisme.

Préface:

En général la décomposition d'une force en plusieurs composantes consiste à trouvez un ensemble de plus eurs forces dont la force donnée est leur résultante. Notre étude se limitera à la décomposition d'une force dans deux directions données.

Décomposition d'une force en deux forces dans deux directions données







La figure (2) montre le triangle de forces en

remarquant que
$$\overrightarrow{AC} \approx \overrightarrow{OB}$$

(D'après les propriétés du parallélogramme)

En appliquant la loi de sinus, on trouve que :



figure (1)

$$F_1 = F_2 = \frac{R}{\sin \theta_2} \sin \theta = \frac{R}{\sin (\theta_1 + \theta_2)}$$

Remarquez que: $\sin \left[180^{\circ} - (\theta_1 + \theta_2)\right] = \sin \left(\theta_1 + \theta_2\right)$

Exemple

11 Décomposez une force d'Intensité 12 Newton en deux composantes formant avec cette force deux angles de mesures 60° et 45° de sorte que les deux forces soient de part et d'autre par rapport à la force. Arrondissez les résultats à quatre décimales près.

Solution .

En appliquant la loi de sinus:

$$F_1 = F_2 = 12$$

 $\sin 45^\circ = \sin 60^\circ = \sin 105^\circ$

$$\therefore F_1 = \sin 45^{\circ} \times \frac{12}{\sin 105^{\circ}} \implies 8,7846 \text{ Newton}$$

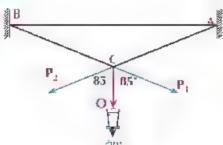
$$F_2 = \sin 60^\circ \times \frac{1/2}{\sin 105^\circ} \simeq 10.7589 \text{ Newton}$$

🖬 Essayez de résoudre

(1) Décomposez une force d'intensité 36 Newton en deux composantes formant avez cette force deux angles de mesures 30° et 45° de sorte que les deux forces soient de part et d'autre par rapport à la force.

Applications de la vie quotidienne

- 2 Une lampe de pouls 20 Newton est suspendue par deux fils métalliques AC . BC inclinés sur l'hortzontale de deux angles de mesure égale à 5° chacun.
 - Décomposez le poids de la lampe dans les deux directions AC et BC Arrondissez le résultat à l Newton près



> Solution

On représente la lorce de poids (20 Newton) par un vecteur agissant verticalement vers le bas. Son point d'origine est C. On décompese le vecteur poids dans les directions des det x fils métalliques comme suit:

$$\frac{P_2}{\sin 85} = \frac{P_2}{\sin 85} = \frac{20}{\sin 170}$$
 donc:

$$P_1 = P_3 = 20 \times \frac{\sin 85}{\sin 70}$$
 d'où:

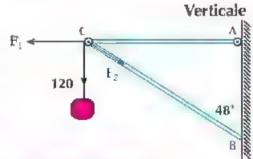
$$P_1 = P_2 = 114.73713 \simeq 115 \text{ Newton.}$$

Reflexion critique: Que se passe-t-il pour les intensités des deux composantes du poids dans la direction des deux fils métall ques si la mesure de son angle avec l'horizontale est inferieure à 5°? Que peut on prévoir de l'intensité de la composante du poids si le fits inétailique devient horizontal ? Expliquez la réponse

🔙 Essayez de résoudre

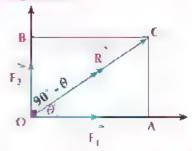
2 Dans la figure ci-contre:

Décomposez la force verticale d'intensité 120 kg p en deux composantes dont l'une est dans la direction horizontale et l'autre dans une direction qui fait un angle de mesure 48° avec la droite d'action de la lorc



Décomposition d'une force en deux directions orthogonales

Si une force R est appliquée en un point matériel (O) comme le montre la figure ci-contre et si ces deux composantes F_1 et F_2 sont telles que F_1 fait un angle de mesure θ avec R^2 , alors le parallélogramme ACBO, devient dans ce cas un rectangle. En appliquant la loi de smus au triangle OAC, on obtient:

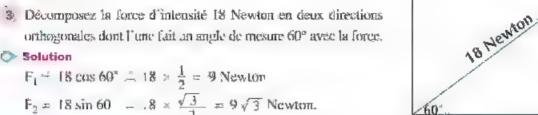


De ce qui précède, on déduit que:

- $ilde{f F}$ (l'intensité de la composante dans une direction donnée) $-{f R}$ cos m heta
- \succ F. (l'intensité de la composante dans la direction orthogonale à la direction donnée) = $\mathbb{R}\sin\theta$

Exemple

 Décomposez la force d'intensité 18 Newton en deux directions orthogonales dont l'une fait un angle de mesure 60° avec la force,



Essayez de résoudre

(3) Décomposez la force d'intensité à √2 agissant dans la direction Nord Est en deux composantes dont l'une est dans la direction de l'Est et l'autre dans la direction du Nord.

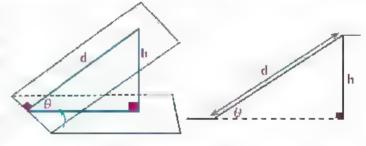
Plan incliné

Un plan incliné est une surface qui fait un angle de mesure , $0 \le rac{R}{3}$ donnée avec la verticale comme le montre la figure.

La ligne de la plus grande perte du plan est la droite. Hustrée dans les figures par la couleur bleue,

Si on désigne la longueur de la ligne de la plus grande pente par la distance (d), la hauteur de la surface oblique par la distance h, et l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontale par θ alors san $\theta = \frac{h}{d}$.

Pour lever un corps de poids (P), on utilise une force parallèle à la



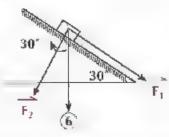
surface d'intensité (F) La surface oblique est utilisée pour diminuer l'effort nécessaire pour lever les corps car (F) es, toujours tufeneure au poids du comps comme "illustre l'exemple survant.

Exemple

4 Un corps de poids 6 Newton est posé sur un plan lisse incline d'un angle de mesure 30° ayer. l'horizontale. Trouvez les deux composantes du poids du corps dans la direction de la plusgrande pente du plan et dans la direction qui lai est orthogonale.

> Solution

La Figure ci-contre montre la force du poids d'intensité 6 Newton agissant verticalement vers le bas, la composante du poids F. agissant dans la direction de la ligne de plus grande pento vers le bas et l'autre composant 1°, agissant dans la direction orthogonare au plan, vers le bas.



la composante du poids dans la direction de la ligne de plus grande pente du plan F

où F 6 sin 30 - 3 Newton,

$$= 6 \text{ Sin } 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ Newton}$$

la composante dans la direction orthogonale (F2)

ou :
$$F_3 = 6 \cos E$$

6 Cos 30" - 6 >
$$\sqrt{\frac{3}{2}}$$
 = 3 $\sqrt{3}$ Newton

Expression orale

Les deux composantes de la force F sont elles inferieur de -l'intensite de la force même l' Expliquer votre reponse.

🖬 Essayez de résoudre

(5) Un corps rigide d'intensité de poids 36 Newton est posé sur un plan l'isse meliné d'un angle de mesure 60° avec l'horizontale. Trouvez les deux composantes du poids dans une direction paral-

lèle à la Lyne de la plus grande pente du pouls vers le bas et dans la direction qui lui est perpendiculaire



Contre ue gravite d'un corps

L'est le paixi par lequel passe toujours le lique verticule passant par le point d'accrochép lors n'amporte est accroché par n'amporte que point qui lui apportient.

- 1 Par exemple : Le centre de gravité d'une boule régulière et homogène est le centre de la boule.
- ¿2 l.e ceptre de gravité donc bare homogéne est son pallien.



Complétez ce qui suit:

- (2) on décompose une force d'intensité 4 v 2 Newton agissant dans la direction de l'Est en deux composantes orthogonales. Alors la composante de cette force dans la direction Nord Est est égale à Newton.

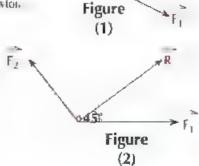
3 Dans la figure (1):

Si on décompose la force R en deux composantes F et F_2 faisant deux angles de mesures 30° et 45° de part et d'autre par rapport à la force et si R = 12 Newton.

abots:
$$F_1 = \dots$$
, Newton et F_2 Newton

4 Dans la figure (2):

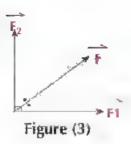
Si on décompose la force R en deux composantes F_1 et F_2 faisant deux angles de mesures 45° et 90° de part et d'autre par rapport à la force et si |R| = 18Newton alors: $F_1 = N$ ewton et $F_2 = N$ ewton



1 - 2 Décomposition

(3): Dans la figure (3):

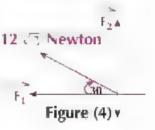
On décompose la force \overline{F} en deux composantes orthogonales $\overline{F_1}$ et $\overline{F_2}$ Si le vecteur force est une bissectrice de l'angle formé par les directions de $\overline{F_1}$ et $\overline{F_2}$ et si $\overline{F_1} = 6\sqrt{2}$ kgp.



6 Dans la figure (4):

Une force d'intensité $12\sqrt{2}$ Newton agit dans la direction 30° Nord ouest.

- La composante de la force dans la direction de l'Ouest
 Newton.
- La composante de la force dans la direction du Nord Neutron



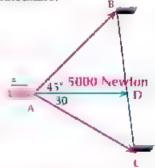
- (7) Une force d'intensité 600 kgp agit en un point matériel. Trouvez ses deux composantes dans les deux directions faisant avec elles deux angles de mesures 30° et 45°.
- (8) Une force d'intensité 120 Newton ag 1 dans la direction Nord est. Trouvez ses deux composantes dans la direction de l'Est et dans la direction du Nord.
- (9) Décomposer une force horizontale d'intensité 160 kgp dans deux directions orthogonales l'une faisant un angle de mesure 30° vers le haut.
- (10) Une force d'intensité 18 Newton agri, dans la direction du Sud Trouvez ses deux composantes dans la direction 60° Est-sud et 30° Quest-sud,
- Un corps rigide de no ds 42 Newton est posé sur un plan incliné sur l'horizontale d'un angle de mesare 60°. Trouvez les deux composantes du poids du coups dans la direction de la ligne de la plus grande pente du plan et dans la direction qui lui est perpendiculaire.

Réflexion ccéative:

(2) On pose un corps rigide de poids 390 kgp sur un plan melmé de longueur 130 cm et de hauteur 50 cm. Trouvez les deux composantes du poids du corps dans la direction de la ligne de la plus grande pente du plan et dans la direction qui lui est perpendiquaire.

En lien avec navigation maritime

- (3) On yeut tirer un cuirassé par deux locomotives B et C attachés par deux fils qui sont fixés par un crochet en un point A du cuimasé et la mesure de l'angle entre es deux fils est 75°.
 - Si la résultante des forces pour tirer le cuirassé est 5000 N et agit dans la direction de \overrightarrow{AD} et 'un de deux fils fait un angle de 45° avec \overrightarrow{AD} , Trouvez la tension dans chacun de deux fils.



Résultante d'un système de forces coplanaires, concourantes





Réfléchissez et discutez

Vous avez déjà étudie la résultante de deux forces appliquées sur un corps rigide en un point. Cette résultante est représentée géométriquement par la diagonale d'un parallelogramme dont les deux forces représentent deux côtés consécutifs. Pout-on trouver la résultante de plusieurs forces coplanaires, concourantes geométriquement ?



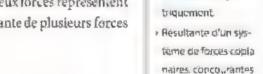
A apprendre

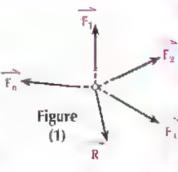
Résultantes de plusieurs forces coplanaires, concourantes geométriquement :

un système de forces (F₁, F₂, F₃
... F_n) appliquées en un point mate riel comme le montrela figure (1) Nous pouvons représenter ces forces par un polygone l'emé en utilisant une échelie convenable, en traçant le vecteur OA représentant F₁ le vecteur AB représentant F₂ puis le vecteur BC représentant F₃ etc. jusqu'à ce qu'on arrive à l'extrémuté du vecteur F_n en traçant DÊ. Le vecteur OB agissant dans l'ordre cyclique inverse représente la résultante des forces données telles que:

$$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + ... + \overrightarrow{F_a}$$

Ce polygone est appelé le polygone de forces. Il est facile d'observer que la formation du polygone des forces h'est qu'une application de la règle du triangle des forces plusieurs fois consécutives.





F₁ F₂ F₃ Figure

Vocabulaires de base

Allex apprendre

· Résultante d'un système

de forces copianelies,

concourantes géamé-

graph quement.

- Résultante
- Composante algébrique
- Vecteur unitaire

Aides pédagogiques

- · Calculatrice scientifique
- Logiciel de graphisme

Activité

Utilisation du logiciel (Geogebra)

Soient F_1 , F_2 , F_3 et F_3 quatre forces appliquées sur un corps rigide telles que F_1 = 400 Newton, agissant dans la direction de l'Est, F_2 = 300 Newton, agissant dans la direction du Nord, F_3 = 500 Newton, agissant dans la direction du Nord ouest et F_4 = 200 Newton, agissant dans une direction qui fait un angle de mesure 30° Sud par rapport à l'ouest. Trouvez la résultante de ces forces.

- . On trace les segments orientés représentant les forces à l'échelle 1 : 100
- 2 Du point d'origine, on trace le vecteur AB de longueur 4 unités dans la direction de l'Est.
- Du point B, on trace le vecteur BC de longueur
 unités dans la direction du Nord.
- 4) Du point C, on trace le vecteur CD de longueur 5 unités dans la direction Nord-ouest.
- Du point D, on trace le vecteur DE de longueur 2 unités dans la direction 30° Sud-Ouest. Dans ce cas, le vecteur AE représente la résultante.

Ja résultante

Ouest

Ouest

B

Est

Du graphique, il \overrightarrow{AE} il = 5.68 unités de longueur.

L'intensité de la résultante = 5,68 / ,00 = 568 newton

Cette résultante fait un angle de mesure 103° avec la direction de l'Est

Résultante de plusieurs forçes coplanaires, concourantes analytiquement:

Soient des forces coplanaires F_1 , F_2 , F_3 , ..., F_n agissent en un point dans un repère orthogonal et formant des angles polaires de mesures θ , θ_2 , θ_3 , ..., θ , S_1 , \overline{f}_1 et \overline{f}_2 sont deux vecteurs unitaires dans les directions \overline{f}_2 , \overline{f}_3 alors \overline{f}_2 , \overline{f}_3 , ..., \overline{f}_n \overline{f}_n + \overline{f}_n + \overline{f}_n + \overline{f}_n on a.

$$R = (F_1 \cos \theta_1 \ \hat{i} \ , F_1 \cos \theta_1 \ \hat{j})$$

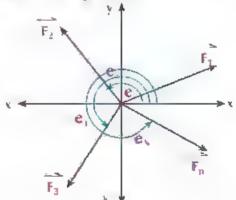
$$+ (F_2 \cos \theta_2 \ \hat{i} \ , F_2 \cos \theta_2 \ \hat{j})$$

$$+ \dots + (F_n \cos \theta_n \ \hat{i} \ , F_n \sin \theta_n \ \hat{j})$$

$$R = (F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 + \dots + F_n \cos \theta_n) \ \hat{i}$$

$$+ (F \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2 + \dots + F_n \sin \theta_n) \ \hat{Y}$$

$$R = (\sum_{i=1}^{n} F_i \cos_i \theta_i) \ \hat{i} + (\sum_{i=1}^{n} F_i \sin_i \theta_i) \ \hat{j}$$

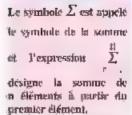


La quantité: $\sum_{r} F_r \cos \theta_r$ est appelée la somme algebrique des composantes des forces dans la direction $\exp^{\frac{1}{r}}$ elle est notée X.

La quantité: $\sum_{n=1}^{N} F_n \sin \theta_n$ est appelée la somme algébrique des composantes des forces dans la direction oy elle est notée Y. alors $\mathbb{R}^n = x \cdot \frac{1}{1} + y \cdot \frac{1}{1}$

Dans ce cas, l'intensité de la résultante est R et θ est la mesure de son anglé polaire sont telles que

$$R = \sqrt{|x^2 + y^2|}$$
, $\tan \theta = \frac{y}{x}$



Exemple

Soient 4 forces coplanaires agassant en un point matériel. La première force est d'intensité 4 Newton agassant dans la direction Est la seconde force est d'intensité 2 Newton, agassant dans la direction 60° Nord Est, la troisième force est d'intensité 5 Newton, agassant dans la direction 60° Nord ouest et la quatrième force est d'intensité 3 √3 Newton, agassant dans la direction 60° Ouest-Sud. Trouvez l'intensité et la direction de la résultante de ces forces.

> Solution

Les forces d'intensité 4; 2; 5; $3\sqrt{3}$ Newton dont les angles polaires mesurem 0° , 60° , 120° et 2.0° respectivement pour trouver la somme algébrique des composantes de ces forces dans la direction $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3}$

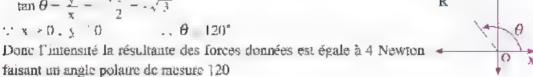
$$x = 4\cos\theta^2 - 2\cos 6\theta^2 - 5\cos 12\theta^2 - 3\sqrt{3}\cos 21\theta^2$$

= $4 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \times \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 + 1 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{9}{2} = -2$

$$y = 4 \sin 0^{2} + 2 \sin 60^{\circ} - 5 \sin 120^{\circ} + 3\sqrt{3} \sin 210^{\circ}$$

$$= 0 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{5}{3}\sqrt{3} - \frac{3}{2}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$



Essayez de résoudre

1) Les forces coplanaires d'intensité 10, 20, 30 , 3, et 40 Newtons sont appliquées en un point matériel telles que la mesure de l'angle entre les directions des deux premières forces est 60°, celle entre la direction de la seconde et la troisième force mesure 90° et celle entre les directions de la troisième et la quatrième force mesure 150°. Trouvez l'intensité et la direction de la résultante,

1 - 3 Résultante d'un système de forces coplanaires, concourantes

Exemple

7 Sont ABCDEF un hexagone régulier. Les forces d'intensité ? . 4√3 . 8 . 2√3 e. 4 kgp au point A dans les directions AB . AC AD . AE . AF respect vement. Trouvez l'intensité et la direction de la résultante de ces forces.

Solution

On considère AB la direction de la première force. Donc les angles polaires des forces son, 0°, 30°, 60°, 90° et 120° respectivement.

$$x = 2 \cos 0^{\circ} + 4 \sqrt{3} \cos 30^{\circ} + 8 \cos 60^{\circ}$$

 $2 \sqrt{3} \cos 90^{\circ} + 4 \cos 120^{\circ}$

$$\Rightarrow 2 + 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8 \times \frac{1}{2} + \sqrt[3]{3} \cdot 0 - 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= 2 + 6 + 4 + 2 = 10$$
 Newton

$$y = 2 \sin 0^{\circ} + 4 \sqrt{3} \sin 30^{\circ} + 8 \sin 60^{\circ}$$

$$=0+4\sqrt{3}$$
 $2+8\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}+4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$-.7\sqrt{3}+4\sqrt{3}+7\sqrt{3}+2\sqrt{3}=10\sqrt{3}$$
 Newton

$$\therefore R = \sqrt{x^2 - y^2} = \sqrt{(10)^2 + (10\sqrt{3})^2} = 20 \text{ Newton}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$$

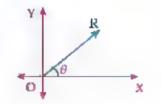
$$x > 0$$
 of $y < 0$... $(x : \theta) = 60$

Donc la résultante agit dans la direction de AD

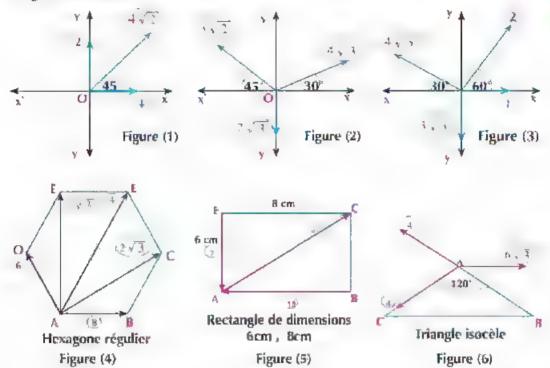


Complétez ce qui suit :

- (1) Somett les forces $\vec{F_1} = 2\vec{i}$, $\vec{F_2} = \vec{1} \cdot 2\vec{i}$, $\vec{F_3} = 6\vec{i}$ alors: L'intens tr' de leur résultante — et sa direction est =
- ② Soient les forces $\overline{F_1} = 2$ î 2 î , $\overline{F_2} = 4$ î -8 î , $\overline{R} = 2$ a î -3 b î Alors , a = . b = -
- (a) So cat les forces \overrightarrow{F} 3 2 3, F_2 a 1 \overrightarrow{f} , F_3 4 \overrightarrow{f} b \overrightarrow{f} \overrightarrow{K} 6 \overrightarrow{f} 4 \overrightarrow{f} Alors a = . b =



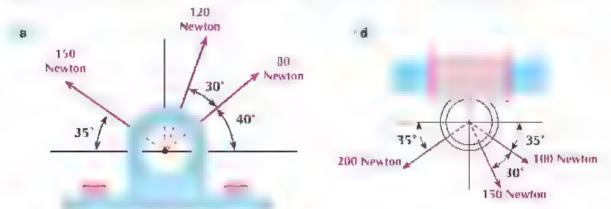
(4) Trouvez l'intensité et la direction de la résultante des forces indiquées dans chacune des figures aureautes



- 5 Des forces d'intensités 3, 6, 9√3 et 1° kgp sont appliquées en un point natériel. La mesure de l'angle entre les cirections des deux premières forces est 60°, celle entre les directions de la seconde et la troisième lorce mesure 90° et celle entre les directions de la troisième et de la quatrième force mesure 150°. Trouvez l'intensité et la direction de la résultante de ces forces.
- (6) Trois forces d'intensité 10,20 et 30 Newton agissent en un point matériel. La première force agit dans la direction de l'Est, la seconde fait un angle de mesure 30° Quest par rapport au Nord et la trois ème fait un angle de mesure 60° Sud-par rapport à l'Ouest-Trouvez l'Intensité et la direction de la résultante de ces forces.
- 7) Quatre forces d'intensités .0 . 20 . 30 √3 . et 40 kgp agissent en un point matériel. La première agit dans la direction de l'Est, la seconde agit dans la direction 60° Nord rapport à l'Est, la troisième agit dans la direction 30° Nord par rapport à l'Ouest et la quatrième agit dans la direction 60° Sud par rapport à l'Est. Trouvez l'intensité et la direction de la résultante de ces forces.
- (8) Soit ABC un triangle équilatéral. M'est le point d'Intersection de ses médiares. Des forces d'intensités 15 ; 20 et 25 Newton agissent au point M dans les directions MC. MB. MA. respectivement. Trouvez l'intensité et la direction de la résultante de ces forces.

1 - 3 Résultante d'un système de forces coplanaires, concourantes

- 9 Sont ABCD un carré de longueur de côté 12 cm tel que , E ∈ BC et BE = 5cm. Des forces d'intensités 2 , 3 , 4√2 , 9 kgp agissent dans les directions AB , AE , CA et AD respectivement. Trouvez l'intensité de la résultante de ces forces.
- (10) A l'aide des informations indiquées sur la figure. Trouvez l'intensité et le sens de la résultante



- (i) S. $F_1 = 5$ i 3 j , $F_2 = a$ i 6 j , $F_3 = 14$ i b j trais order coplanares, concourantes et si la résultante $R = (10\sqrt{2} + 135)$. Trouvez la valeur de a et b.
- 12 Dans la figure ci-contre:

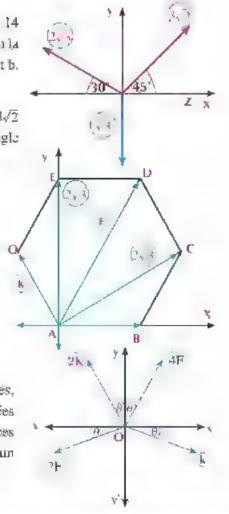
Si l'intensité de la résultante des lorces est égale à $3\sqrt{2}$ Newton, Trouve l'intensité de F et la mesure de l'angle entre la droite d'action de la résultante et la droite d'action de F



si la résultante est égale à 20 kgp et agit dans la direction AD trouve les valeurs de F et K.

Réflexion créative :

14 La figure ci-contre: indique quatre forces coplanairés, concourantes au point O, dans les directions indiquées lettes que sin θ = 4/5 l'intensité de la résultante de ces forces est égale à 8 √2. Newton et cette résultante fait un augle de mesure 135° avec ox rouvez les valeurs de F et K



Équilibre d'une particule sous l'effet de plusieurs forces coplanaires, concourantes

Si la position d'un corps rigide n'est pas changé sous l'effet de deux forces (ou plus), on dit que les deux forces (ou les forces) sont en équilibre et le corps est en équilibre. La situation la plus simple d'équilibre ce qui est d'un corps rigide sous l'effet de deux forces.

Équilibre d'un corps rigide sous l'effet de deux forces



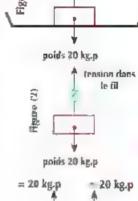
Travall coopératif

- 1- On pose un coms de poids 20 kgp sur le plateau horizontal et lisse d'une balance puis observez la lecture de la balance comme dans la figure (1).
- 2- Demandez a votre camarade d'attacher le même corps à un fil léger et lisse. et d'attacher à l'autre extrémité du filpar un dynamomètre et d'observer la lecture du dynamomètre dans l'état de repos.
- 3- Comparéz les résultats des deux expériences. Oue remarquez-vous?

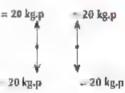
On remarque que:

L'intensité de la réaction dans la prepuère expérience et l'intensité de la tension dans la denxième expénence sont égales à 20 kgp chacune, ce qui est égal au poids du corps

le fil poids 20 kg,p - 20 kg.p = 20 kg/p



Réaction de blance

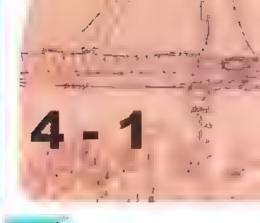


Apprendre

Condition d'équilibre d'un corps rigide sous l'effet de deux forces

Un corps rigide est en équilibre sous l'effet de deux forces si les deux forces sont :

- 1- de même intensité
- 2- de sens contraires
- 3- de même ligne d'action



A apprendre

- Equil breid un système de forces coplanaires concourantes.
- Equilibré d'un corps sous l'effet de deux forces.
- Equil bred'un corps sous l'effet de trois forces copianaires concourantes
- Principe du triangle de
- Procipe de Lamé
- · Théareme des trois forces.

veabulaire de base

- PRINC PE DL TRIANGLE DE FORCES
- PRINC PE DE LAMÉ
- POLYGONE DES FORCES

pédagogiques

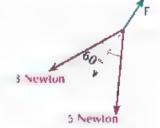
- · Ca culatrice sclentifique,
- Logicieis de graphisme.



1 - 4 Équilibre d'une particule sons l'effet de plusieurs forces coplanaires, concourantes

(Exemple

Lue force d'intensité P est en équilibre avec deux forces d'intensités 5 e. 3 Newton. Si l'angle entre les deux droites d'action des deux domières forces mesure 60°, Trouvez la valeur de F



Solution

On calcule la résultante des deux l'orces d'intensité 5 et 3 Newton d'après la formule:

$$R = \sqrt{E_1^2 + F_2^2} \cdot 2F F_2 \cos \theta \qquad \therefore R = \sqrt{25 + 9 + 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos 60^{\circ}}$$

$$\therefore R = \sqrt{25 \cdot 9} = 15 = \sqrt{49} = 7 \text{ Newton}$$

- ∵ la force F est la résultante des deux forces d'intensité 5 et 3 Newton sont en équitibre
- $\therefore F = 7 \text{ Newton}$

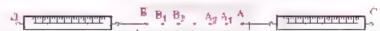
Essayez de résoudre

(1) Su a force d'intensité F'est en équilibre avec les deux forces orthogonales d'intensité 5 et 12. Newton, trouvez la valeur de F.

Translation du point d'application d'une force à un autre point sur sa ligne d'action



Activité



- 1 Préparez les outils survants. Un dynamometre, un disque métallique mênce, des fils, un niveau à bulle, une règle.
- 2 Mets une table horizontalemen, en utilisant le niveau à bulle.
- 3 Attachez le disque par deux fils de denx trous A et B et les autres extrémités des fils par dynamomètres
- 4 Fixez le dynamomètre en un point C de la table et tirez l'autre et le fixez en un point D de la table pour que les fils soient tendus comme dans la figure
- 5 Déterminez la tension et inscrivez la
- 6 Changez la position du point A en A₁, A₂, A₃ etc et de même la position du point B en B₂, B₃, etc. Observez l'éc iture du dyna nomètre dans chaque cas et inscrivez les Que remarquez vous ? .. on observe dans le cas d'équilibre, les écritures sont égales?

De l'activité précédente, on déduit que:

Si un corps est en équilibre sous l'effet de deux forces, alors on pout transmettre le point d'application de chactère de deux force à un autre pour, sur la ligne d'acuton de la force sans changer l'érat du corps.

Exemple

11 Les forces 3 , 4 , 5 Newton sont en equiabres comme dans la figure ci contre: Trouvez a més ure de l'anglé de deux forces 3 et 5 Newton.

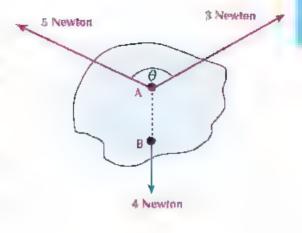
Solution

C'le système des forces est en équilibre la resilitante des forces 3 et 5 Newton est en équ'il bre avec la force 4 Newton

Posons 0 la mesure de l'angle de deux forces 3 et 5 Newton, a ors.

$$\mathbf{R}^{2} = \mathbf{\Gamma}^{2}_{+} + \mathbf{\Gamma}^{2}_{2} + 2\mathbf{F}_{-} \mathbf{\Gamma}_{3} \mathbf{Cos} \, \boldsymbol{\theta}$$

Pur substit, non: R 4 F 3 $F_2 = 5$



Essavez de résoudre

Si les forces 7 : 8 : 13 Newton sont en équilibre, trouvez la mestire de l'angle de deux preemieres ordes.

Équilibre d'un corps rigide sous l'effet de trois forces coplanaires, concourantes

Nous avons de aletitude la condition d'equil ble u'il corps, le de soils l'ellet de per vitorees. On valeta der l'equilibre des trois forces coplabaires concouraites. Ces forces perveul appaquer à un point materie, or, à un corps de sort qu'el es soient concourantes



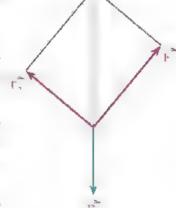
A apprendre

Si un peu, représenter trois forces coplanaires, concourantes par les côtes d'un triangle, prises dans un ordre cyclique, à ors ces forces 🔑 sont en équi ibre.

Dans la figure et-contre: Pour que sex trois forces susent en équ. ibre. il faut que içs intens tes des forçes soient des valeurs possibles d'êt e tongueurs des côtes d'un triatg e.

Expression orale

Leguel des systèmes des forces survants qui peut être en equillore ? venifiez voire reponse, cles forces de chaque système ont des sens différents?



1 - 4 Equilibre d'une particule sons l'effet de plusieurs forces coplanaires, concourantes

Principe du triangle des forces

La figure (1) représente des forces $\overline{B_1}$ et $\overline{E_2}$ agissant sur un corps rigide dont les directions sont \overline{OA} et \overline{OB} .

La résultante de ces deux forces est ($\overline{F_1} + \overline{F_2}$) agissant dans la direction de la diagonale \overrightarrow{OC} dans le parallélogramme OACB.

1, est égale à (1 + 13) et e. es sont de sens contraîres





Démontrez que le système des forces Donc \overline{F}_1 , \overline{F}_2 , \overline{F}_3 sont en équilibre, sachant que:

La figure (2) représente le triangle des l'orces pour le système des

forces $\triangle ABC$ represents triangle of the forces F_1 . F_2 et F_3 qui sont en équinbre, Puisque les longueurs des côtés ou triangle sont proportionnelles aux intensités des forces correspondantes.



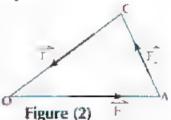


Figure (1) F

Alors. S. trois forces concourantes sont équilibre, et on trangle dont les côtés sont parallèles aux droites d'action des forces, alors les longueurs des côtés sont proport,onnelles aux intensités des forces.

Réfléchit. Utilisez la loi des sinus pour montrer le principe du triangle des forces.

Exemple

2 Un corps de poids d'intensité 12 Newton est suspendu par l'une des extrémités d'un fil léger de lougueur 130 cm. L'autre extrémité du fil est fixée en un point sur un mur vertical. Le corps est attire par une force horizontale. Il est en équilibre lorsqu'il est à une distance de 50 uni du mur. Trouvez l'intensité de la force et de la tension dans le fil.

Solution

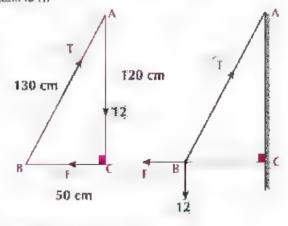
Le corps est en équilibre sons l'effet de trois forces:

- La force du poids (12 Newton) agissant verticalement vers le bas.
- > La force horizontale F.
- La tension di. fil T agissant en BA

On calcule la longueur AC d'après le théorème de Pythagore.

$$AC = \sqrt{(130)^2 (50)^2} = 120 \text{ cm}$$

BAC est le triangle des forces:



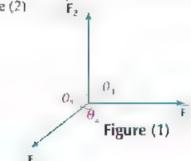
T =13 Newton , Γ = 5 Newton

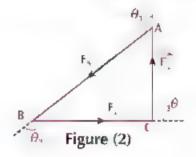
🖬 Essayez de résoudre

(3) Un corps de poids d'intensité 16 Newton est suspendu par l'une des extrémités d'un fil léger. L'autre extrémité du fil est fixée en un poi it sur un mar vertica. Le corps est affiré par une force dans une direction perpendiculaire au £1 Á l'état d'équilibre, le fil est incliné sur le mur d'un angle de mesure 30°. Trouvez l'intensité de la force et de la tension dans le fil

Principe de Lamé

Si trois forces F_1 , F_2 , F_3 sont appliqués en in point matériel, comme dans la figure (1), alors On peut les représenter par les côtés d'un triangle prise dans un même ordre cyclique comme dans la figure (2) F_3





En utilisant la lei de sinus, en trouve que:

$$\frac{BC}{\sin 180^{\circ} \cdot \theta_{0}} = \frac{CA}{\sin (180^{\circ} - \theta_{2})} = \frac{AB}{\sin (.80^{\circ} - \theta_{3})} = \frac{F_{1}}{\sin \theta_{1}} = \frac{F_{2}}{\sin \theta_{2}} = \frac{F_{3}}{\sin \theta_{3}} = \frac{F_{3}}{\sin \theta_{3}}$$

Donc: l'intensité de chaque Rorce est proportionnelle au sinus de l'angle compris entre les droites d'action des deux autres forces lorsque les trois forces concourantes sont en équilibre

Exe

Exemple

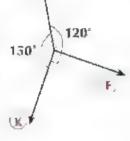
Les trois forces d'intensités 60 ; F et K sont concourantes est en équilibre. Si la mesure de l'angle entre les droites d'actions des deux premières forces est 120° et celle entre la seconde et la troisième est 90°. Trouvez la valeur de F et K.



Le système est en équilibre sous l'effet des trois forces suivantes. La force d'intensité 60 Newton, la force d'intensité F Newton et la force d'intensité K Newton. En appliquant le principe de Lamé:

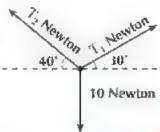
$$\frac{60}{\sin 90^{\circ}} = \frac{F}{\sin 150^{\circ}} = \frac{K}{\sin 120^{\circ}}$$

 $\frac{60}{1} = 21 = \frac{2K}{\sqrt{3}}$ Donc: $F = 30$ Newton, $K = 30 \sqrt{3}$ Newton



📔 Essayoz de résaudre

(4) La figure el-contre montre un corps de pa de d'intensité 10 Newton attaché par deux fils inchnés d'angles de mesures 30° et 40° sur l'horizontale. Trouvez l'₁ et l'₂ à l'état d'équilibre.

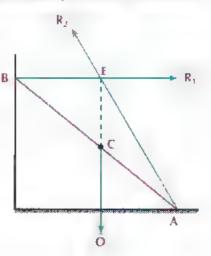


1 - 4 Équilibre d'une particule sons l'effet de plusieurs forces coplanaires, concourantes

Si un corps rigide et en équilibre sous l'effet de trois forces coplanaires non parallèles alors les droites d'action de ces trois forces sont concourantes.

Exemple: Une harre homogène en épaisseur et en densité de poids (P) est posée par l'une de ses extrémités sur un mur vertica, lisse et par l'autre extrémité sur un sol horizontal rugueux. Si la barre est en équilibre ators:

- Le poids de la baire P agit en son milieu dans une direction verticale vers le bas.
- ➤ La réaction du mur vertical R, est perpendiculaire au A mur et agit dans la direction BD.
- l'a réaction du sol horizontal rugueux R₂, est d'une direction indéterminée. Pour déterminer sa direction on trace AD passant par le point D (le point d'intersection des droites d'action de P et R,) comme l'indique la figure.



Exemple

4 Soit une sphère métallique homogène de poids 1.5 kgp et de longueur de rayon 25 cm. On l'attache par le point B de sa surface par un fil de longueur 25 cm. L'autre extrémité A du fil est fixée en un mur vertical. La sphère est en équalibre lorsqu' elle repose sur le mur Troi vez l'amensité de la tension du fil et l'intensité de la réaction du mar sur la sphère.



Le centre du gouvité d'une aphère homogéne est son centre péométrique.

Solution

La sphère est en équilibre sous l'effet de trois forces:

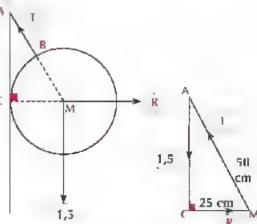
- Le poids de la sphère d'intensité 1,5 kgp, agissant verticalement vers le bas.
- La réaction du mur R, agissant au point de contact de la sphère avec le mur dans une direction perpendiculaire au Le centre de gravite d'une sphère est situé dans son centre géométrique, mur passant par son centre M.
- La tension du fil T agissant dans la direction. BA, et passant par le centre M, le point d'intersection des droites d'action du poids de la sphère est la réaction du mur MAC est le triangle des forces où:

$$AC = \sqrt{(50r^2 - (25)^2)} = 25\sqrt{3} \text{ cm}$$

En appliquant le principe des triangles de forces:

$$\frac{1}{50} = \frac{15}{25\sqrt{3}} = \frac{R}{25}$$

D'où T =
$$\sqrt{3}$$
 kgp , $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ kgp



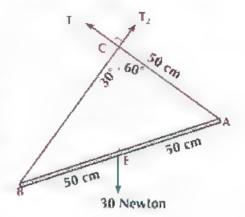
Réfléchissez: Pouvez-vous résoudre l'exercice précedent par d'autres méthodes ? Citez ces methodes puis résouvez l'exercice par l'une de ces méthodes.

Essayez de résoudre

(5) Une sphère homogène asse de poids 100 kgp et de longueur de rayon 30 cm est accrechée en un point de sa surface par l'une des extremités d'un f'i lèger de longueur 20 cm. L'autre extrémité du fil est fixée en un point d'un mat verticat lisse. Trouvez à l'état d'équilibre l'intensité de la tension du fil et la réaction du muz.

Exemple

5) Une barre homogène de longueur 100 cm et de poids 30 Newton est suspendine par deux fils fixés à ses extrémités. Ces ceux fils sont fixés en un point du plafond de mamère à ce qu'ils soien, perpendiculaires. La longueur de l'un des deux fils est 50 cm, La barre est alors en équilibre. Trouvez l'intensité de la tension de chaque fil



Solution

La barre est en équilibre sous l'effet de trois

forces:

Son poids d'intensité 30 Newton, agissant verticalement vers le bas et passant par son milieu. Les tensions T_1 et T_2 des deux fils, agissant dans les directions \overline{AC} et \overline{BC} respectivement qui se coupent perpendiculairement qui point C

· · · CD es, issu du sommet de l'angle droit au milieu de l'hypoténuse

$$\therefore$$
 CD = $\frac{1}{2}$ AB = 50cm \Rightarrow ACD est un triangle équilatéral

.
$$m(\angle ACD) = 60^{\circ}$$
 . $m(\angle BCD) = 30^{\circ}$

En appliquant le principe de Lamé:

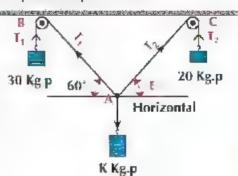
$$\frac{T_2}{\sin 150^\circ} = \frac{T_2}{\sin 120^\circ} = \frac{30}{\sin 90^\circ}$$
 d'eè $T_3 = 15$ Newton

Si no fit passa acture d'une positie lisse et si le fit est tendu alors les intensités des tenslans aux deux côtés de la poulle sout égales.

Réfléchissez: utilisez d'autres methodes pour resoudre le problème précédent

Exemple

6 Dans la figure ei-contre : un corps de pords d'intensité K est suspendu à l'extrémité d'un fi. L'autre extrémité du fil est attachée à deux fils passant autour de deux poules lisses en B et C, portant deux masses de poids d'intensité 30 et 20 kgp. Trouvez la valeur de K et la mesure de l'angle θ à l'état d'équatire.



1 - 4 Équilibre d'une particule sons l'effet de plusieurs forces coplanaires, concourantes

Solution

Dans la figure précédente: on suppose que T et T_2 sont les tensions dans les deux fils qui agissent dans les directions. AB et \overline{AC} thes deux poulies sont lisses. Done $T_1=30~{\rm kgp}$ et $T_2=20~{\rm kgp}$ Le système est en équilibre sons l'effet de trois forces qui sont. Le pouls du corps d'intensité de pouls K kgp et les tensions dans les deux fils d'intensité T_1 et T_2



Les tensions aux deux extrémités du fil sont égales.



 $Sin (90^{\circ} + \theta) = \cos\theta$ $Sin (180^{\circ} + \theta) = \sin\theta$

En appliquant le principe de Lamé:

$$\frac{30}{\sin(90^{\circ}+\theta)} = \frac{20}{\sin(60^{\circ}+90^{\circ})} = \sin[180^{\circ} \cdot (60+\theta^{\circ})]$$
ea simplifiant
$$\frac{30}{\cos\theta} = 40 - K$$
$$\cos\theta = \frac{3}{\sin(60+\theta^{\circ})}$$
 Dence $\cos\theta = \frac{3}{4}$ die a m (≥ 6) = 41° 24° 35° $K = 40 \times \sin(41^{\circ} 24^{\circ} 5)^{\circ} + 60^{\circ}$)

Essayez de résoudre

d'où K ≃ 39 2095 kgp

(6) La boule d'une pendule de poids d'intensité 600 kgp est déplacée usqu'à ce que le f'I fasse un angle de mesure 30° avec la verticale sous l'effet d'une force agissant sur la boule dans une direction perpendiculaire au fil. Trouvez l'unensité de la force et l'intensité de la tension au fil.

Équilibre d'un corps sous l'effet d'un système de forces coplanaires, concourantes



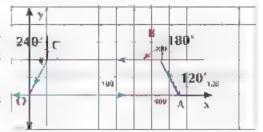
Activité

Polygone des forces En utilisant le logiciel (Geogebra)

Représenter les forces d'intensités 400 , 100 , 500 et 30 dyne formant des angles polaires de mesures 0 , .20° , 180 et 240° respectivement. Que remarquez-vous?

Оп гетагцие цие:

le point d'extrémité de la dernière force se superpose au point d'origine de la première force dans le polygone des forces illustré par la figure. Donc les forces forment le polygone des forces fenné OARC.



De cette activité, un déduit que la condition necessaire et suffisance pour qu'un système de forces con annires, concourantes soit en équi îbre est qu'il soit présenté par un polygone fermé

Méthodes analytiques d'équilibre d'un système de forces coplanaires, concourantes:

Dans l'exemple précédent, on peut trouver la composante dans la direction de l'axe des abscusses et celle dans la direction de l'axe des ordonnées d'un système de forces comme suit.

 $x = 400 \cos 0^\circ + 100 \cos 120^\circ + 300 \cos 180^\circ + 100 \cos 240^\circ$ = $400 - 100 \times \frac{1}{2} - 300 - 100 \times \frac{1}{2} = 0$

$$y = 400 \sin 0^{\circ} + 100 \sin 120^{\circ} + 300 \sin 180^{\circ} + 100 \sin 240^{\circ}$$

$$-0+50\sqrt{3}+0-50\sqrt{3}-0$$

De ce qui précède on déduit que pour qu'un système de forçes coplanaires, concourantes so t en équilibre, l. faut que :

- ➤ La somme algébrique des composantes des forces dans la direction ox = 0
- La somme a gébrique des composantes des forces dans la direction oy = 0

C'est-à-dire
$$x=0$$
, $y=0$

Exemple

1) Soient F = 5 1 - 3], F2 = 7 1 + 2]. F3 - 2 1 #]

Démontrez que le système des forces \overrightarrow{F} , $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{F_3}$ est en équilibre.

Solution (

 \therefore R = (5-7+2) P + (-3+2+1) P = 0 Done le système des forces est en équilibre.

🗐 Essayez de résoudre

(7) Si les forces $F_1 = 4$ $\vec{1} - 3$ \vec{j} . $F_2 = -a$ $\vec{i} + 2$ \vec{j} et $F_3 = -6$ $\vec{i} + b$ \vec{j} sont concourantes et en équilibre. Trouvez la valeur de a et celle de b.

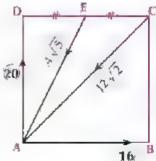
Exemple

La figure ci-contre représente les forces d'intensités: r6. 20, 12 √2, 4 √5 Newton qui agressent au carré ABCD dans les directions AB. AD. CA et EA respectivement où H et le milieu de CD. Démontrez que ce système de torces est en équilibre.



D'après la figure ci contre, on trouve que les forces d'intensirés

16, 20, $12\sqrt{2}$ et $4\sqrt{5}$ Newton ont pour angles polaures: 0°, 90°, 225° et $(180^\circ - \theta)$



4 Equilibre d'une particule sons l'effet de plusieurs forces coplanaires, concourantes

 $x = 16 \cos 0^{\circ} + 20 \cos 90^{\circ} + 12 \sqrt{2} \cos 225^{\circ} + 4 \sqrt{5} \cos (180^{\circ} + \theta)$ $=16+0-12\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}-4\sqrt{5}-\cos\theta$



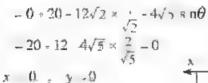
 $\cos(180^\circ + \theta) = -\cos\theta$

$$= 16 - 12 - 4\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 0$$

y =16 sm0° 20s.n90 12√2 sm225° $4\sqrt{5}$ sm(180° θ)



20′

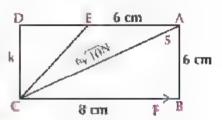


...Le système est en équilibre.



Essayez de résoudre

(8) La figure el-contre représente les forces d'intensués F , 5 . K et 6 \(\sqrt{10} \) Newton qui sont en équi ibre et qui agissent at rectangle ABDC dans les directions CB , CA et HC telles que AB - 6 em, BC - 8 em et AE - 6 em. Trouvez la valeur de F et K.

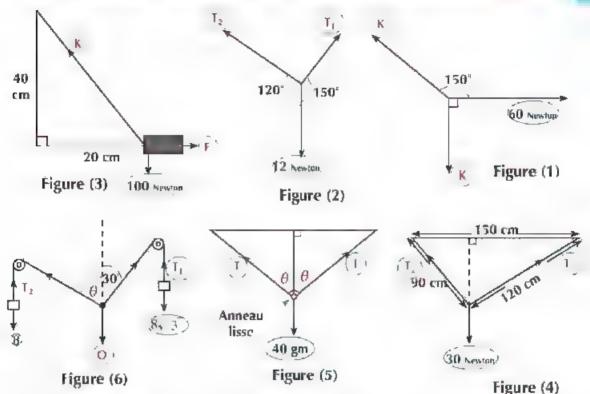




Complétez ce qui suit:

- 1) Les conditions récessaires et suffisantes pour qu'un système de aorces coplanaires, concourantes soit en équilibre et que les forces soient représentées géométriquement par
- (2) La methode analytique de l'équilibre d'un système de forces coplanaires, concourantes consiste à avoir
- (3) Si les forces $\overrightarrow{F_1} = 4\overrightarrow{1} + 6\overrightarrow{1}$. $\overrightarrow{F_2} = -7\overrightarrow{1} 2\overrightarrow{1}$ et $\overrightarrow{F_3} = a \overrightarrow{1} 3\overrightarrow{1}$ sont en equilibre alors a =
- (4) Si la force d'intensité. El est en équilibre avec deux forces orthogonales d'intensités. 3 et 4. Newton, alors F -
- (5) Si on représente trois forces coplanaires et en equillors prises dans un ordre cyclique par les côtés d'un trangle, alors les longueurs des côtés du trangle sont proportionnelles aux

(6) Chacune des figures suivantes représente un système de forces coplanaires, concourantes Trouvez la valeur de l'inconnue que ce soit l'intensité d'une force ou la mesare d'un angle.



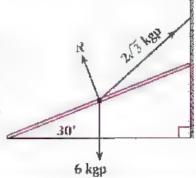
- AB est une échelle homogène son poids 12 kg p; posée par son extrémité A sur un mur vertical lisse et l'extrémité B sur une un sol horizonta, ruguenz, si l'extrémité A se trouve à 4m du so, et l'extrémité B se trouve à 3 m du mar. En cas d'équilibre frouve la pression au mur et au sol.
- (8) AB est une barre homogène de longueur 60cm et de poids 40 newton est attaché par son extrémité A à une charmère fixée sur un mur vertical l'a barre est maintenue en position homzontale à l'aide d'un fille léger attachée au point B et à l'aintre extrémité à un point C du mur au dessus de A d'une distance 60cm. Trouvez l'intensité de la tension au fil et la réaction de la charnière au point A?
- (9) Une boule homogène repose sur deux parres parallèles situées dans le même plan horizontal. La distance entre les deux barres est égale à la longueur du rayon de la boule Trouvez la pression de la boule sur chaque barre Sachant que son poids est 60 Newton
- (10) AB est une barre régulière de pous Pig. P est attaché par son extrémité A à une charmère fixée sur an mur vertical. Une fonce horizontale F agit sur la barre au point B. La barre est en equil bre lorsqu'e le est une mée sur la verticale d'un angle de mesure 60°. Trouve l'intensité de F et la réaction sur la charmère.

1 - 4 Equilibre d'une particule sous l'effet de plusieurs forces coplanaires, concourantes

- Un corps de po ds 60 kgp est suspendu par l'une des extrémités d'un fil de longueur 28 cm. L'autre extrémité du fil est fixée au plafond d'une chambre. Une force agri sur le corps. Le corps est en équilibre lorsqu'il est à une distance de 14 cm verticalement au desso is du plafond. Si la torce dans l'état d'équilibre est perpendiculaire au fil, trouvez l'intensité de la force et l'intensité de la tension du fil.
- (1) Un corps de poids 200 agp est suspendu par deux fils de longaeur 60 cm et 80 cm fixés en deux points d'une même ligne horizon ale et distant de .00cm. Trouvez l'intensité de la tension dans chaque fil.
- (ii) Un corps de pords 200 gp est suspendu par deux fils légers dont l'un est incliné sur la verticale d'un angle de mesure θ et l'autre est meliné sur la verticale d'un angle de mesure 30°. Si l'intensité de la tension dans le premier il est égale à 100 gp, trouvez θ et l'intensité de la tension au second fil.
- (4) Un corps de poids 800 gp est posé sur un plan base incline d'un angle de mesure θ sur l'ho i zontale où sin θ = 0.6. Le corps est en equilibre à l'a de d'une force horizontale. Trouvez l'intensité de cette force et la réaction du plan sur le corps
- (5) Un corps de poids P Newton est posé sur un plan lisse tucliné sur l'horizontale d'un angle de mesure 30°. Le corps est en équilibre à l'aide d'une force d'intensité 36 Newton agussant dans la direction de la plus grande pente du plan vers le haut. Trouvez l'intensité du poids du corps et l'intensité de la reaction du plan.
- (6) Une sphère métallique homogène lisse de poids 3 Newton repose sur un mur vertical lisse et sur un plan lisse incliné d'un angie de mesure 30° sur le mur vertical. Trouvez l'intensité de la pression sur le mur vertical et sur le plan incliné
- (7) Une barre homogène de longueur 50 cm et de polds 20 Newton est suspendue par deux fils fixés à ses extrémités. Ces deux fils sont fixés en un même point du plafond. Si les longueurs des deux fils sont 30 cm et 40 cm respectivement, trouvez l'intensité de la teasion aux deux fils.
- (18) Canq forces d'intensité F, 6, $4\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, et K kgp sont appliquées en un point matériel dans les directions Est. Nord. Nord ouest, Sud ouest et Sud respectivement. Si ce système de lorce est en équilibre, trouvez la valeur de F et K.
- (9) Des forces coplanaires d'intensité 5, 4, F, 3, K et 7 kgp agrissent en un point matériel. La mesure de l'angle entre chaque, que le système soit en éspailibre.

Réflexion creative:

(20) Dans la figure ci-contre un corps de poids 6 kgp est posé sur un plan lusé incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure 30°. Il est en équilibre à l'aide d'une force d'in tensité 2 √3 kgp agissant en un fil fixé par l'une de ses extrémités par le corps et par l'aitre extrémité à un mur vertical, 'Frouvez la mesure de l'angle que fait le fil avec le ≥ plan et l'intensité de la réaction du plan sur le corps.



Résumé de l'unité

Unités de mesure dans le système internationle (SI)



Grandeurs denvées :



Conversion des grandeurs décivées.

≈ 1 km/h
$$\frac{5}{18}$$
 m/s, 1 km h $\frac{250}{9}$ m/s; m/s $\frac{18}{5}$ km/h, cm/s $\frac{9}{250}$ km/h

La statique : est la science qui etadie le repos des corps sous l'effet d'un système de fonces

Poids régide : C'est un corps que garde sa forme sans déformation que que son les influences extérieurs

La force est la mesure algébrique de l'affet mécanique sur les corps matériels.

Propriéte de la force: L'effet d'une force sur un corps est déterminé par les éléments survants .

1- son intensité. 2- sa direction. 3- son point d'application.

> Si l'angle entre les croites d'act on de deux forces F et F_2 mesuré θ et si la résultante R de ces deux forces fait un angle de mesure θ avec la force F_1 alors :

 $= R + \frac{1^2}{1} + \frac{1^2}{1} + \frac{1^2}{1} + \frac{1}{12} \cos \theta \qquad \text{e.} \qquad \tan \phi = \frac{F_2 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta}$

On on utilisant is loi de sinus : $\frac{F_1}{\sin \theta} = \frac{F_2}{\sin \theta} = \frac{R}{\sin \theta}$

La valeur maximale de la résultante de deux forces d'intensités let le, est égale à l'E₁ # F₂ let elle apit dans le même seus que les deux forces.

La valeur munimale de la résultante de deux forces d'intensités F_1 et $F_2 = F_1 + F_3$ et elle dans le sens de la p us grande force.

Si F et F₂ sont les deux composantes d'une force R, et elles forment avec la ligne d'action de R doux angles de mesures θ_1 et θ_2 respectivement, alors :

$$\frac{\Gamma_{-}}{\sin\theta_{1}} = \frac{\Gamma_{2}}{\sin\theta_{1}} = \frac{R}{\sin(\theta_{1} + \theta_{2})}$$

1 - 4 Résumé de l'emité

- S. F et F₃ sont les deux composantes orthogonales d'une force R et si la droite d'action de R fait un angle de mesure θ avec la droite d action de la force F alors F = R cos θ et F₃ = R sinθ
- Polygone de forces: Si on représente un système de forces coplanaires, concourantes par les longueurs des côtés d'un polygone pris dans un ordre cyclique, alors la résultante de ces lorces est egale à la longueur du côté formant le polygone et dans l'ordre cyclique contraire.
- S un système de forces coplanaires, concourantes agir dans un repere orthogonal et si les sommes des mesures algébriques des composantes de ces forces dans deux directions perpendiculaires sont x et y, alors. $R = \sqrt{x^2 y^2}$, et tan $\theta = \frac{x}{x}$, où θ est la mesure de langle que fait la résultante avec $\frac{x}{x}$
- S, on représente parfaitement un système de forces coplanaires, concourantes par les longueurs des côtés d'un polygone fermé alors ces forces sont en équilibre.
- Un système de forces coplanaires, concourantes est en équilibre si
 - La somme algébrique des composantes dans la direction où = 0
 - 2) La somme algébrique des composantes dans la direction oy = 0.
- L'équilibre d'un corps sous l'effet de deux forces signifie que les deux forces sont de même intensité, de sons contraires et ont la même droite d'action.
- Transmettre le point d'application d'une force : Si une force agit sur un corps rigide, on peut transmet son point d'application à un autre point sur sa droite d'action sans changer l'effet de la force sur le corps.
- Equilibre d'un corps sous l'effet de truis forces: si on peut représenter trois forces concourantes par les côtés d'un triangle pris cans un même orcre cyc que, alors ces forces sont en équilibre.
- Principe de triangle des forces: Si un corps est en équilibre sous l'effet de trois forces coplanaires, concourantes et si on consulère un triangle dont les côtés sont parallèles aux droites q'action des forces, alors les longueurs des côtés du triangle sont proportionnelles aux intensités des forces correspondantes.
- Principe de Lamé. Si un corps est en équilibre sous l'effet de trois forces coplanaires, concourantes, alors l'intensité de chacune de ces forces est proportionnelle au sinus de l'angle formé par les deux autres forces.
- S. on peut représenter un système des forces completement par les côtés d'un polygone fermé dans un même ordre cyclique, alors ces forces sont en équilibre.



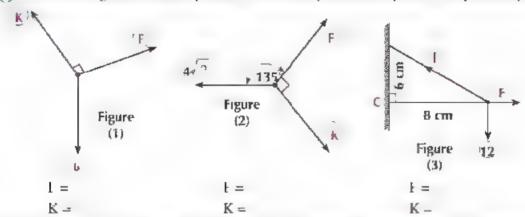
Exercices généraux



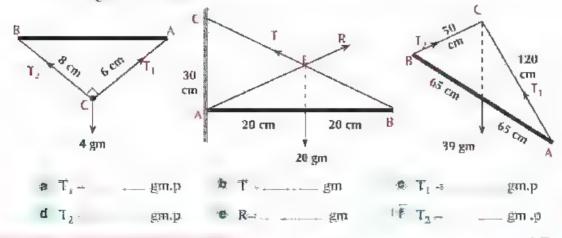
Complétez ce qui suit:

- (1) Soient deux lorces d'intensités 4 et F dyne et la mesure de leur angle $\in \{0, \pi\}$. Si leur résultante est une bissectrice de cet angle, alors , $F \in \mathbb{D}$ yne.
- (3) Si on pose un corps de poids P sur un plan hase incliné sur l'horizon, ale d'un angle de mesure θ alors la composante du poids dans la direction du plan est égale à .
- (4) Si une force P est en équilibre avec deux forces orthogonales d'intensité 6 et 8 kgp.

 aiors l'intensité de la force P est egale à kgp
- (5) Si les forces $\frac{1}{a}$ $\frac{1}{a$
- (6) Chacune des figures sus antes représente trois forces coplanaires en équilibre. Complétez ce qui suit:

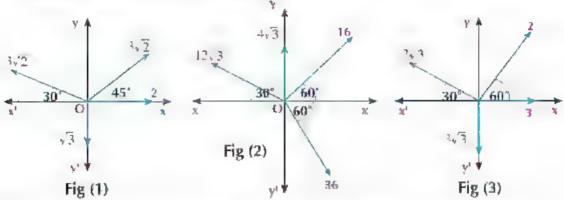


(7) AB est une barre homogene soumise à l'effet de trois forces copianaires comme l'indique cha cune des figures suivantes.

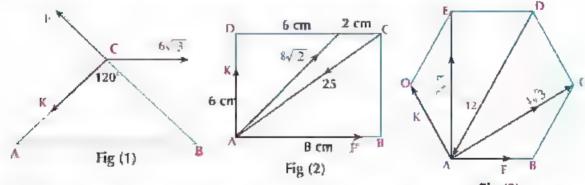


1 - 4 Exercices généraux

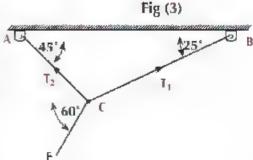
- (8) S. R est la résultante des neux forces F et F_2 et s. 'angle compris entre les neux forces mesure θ et si la mesure de l'angle que fait la résultan e avec FI est égale à θ Trouvez la valeur de
 - * l'intensité de R , st F₁ = 8 Newton , F₂ = 15 Newton et θ 90°.
 - **b** l'intensité de \mathbb{R} et θ si $F_1 = F_2 = 60$ dyne et $\theta = 60^\circ$
 - f c l'intensité de \overline{R} et m heta si Γ = 6 Newton , F_2 = 3 Newton et la résultante est orthogonale à F_2 .
 - d L'intensite de R et θ si $F = 3\sqrt{3}$ Newton, $F_2 = 6$ Newton et la résultante est orthogonale à F_2
 - l'intensité de F, sì R = 12 Newton, $F_2 = 12\sqrt{3}$ Newton et $\theta = 150^\circ$
- (9) Trouvez l'intensité de la résultante e. l'angle qu'elle fait avec le sens positif de l'axe des abseisses dans chacun des cas suivants.



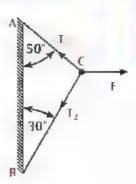
(ii) Trouvez la valeur de F et K pour que chacun des systèmes suivants soient en éq i libre.



(i) Une force F d'intensité 500 Newton applique au point A et fait un angle de mesure 60° avec l'horizontale. Deux fils fixés au point A et les autres extrémités sont fixés aux points B et C et faisant avec l'horizontale des angles des mesures 45° et 25° respectivement frouve dans le cas d'équilibre la tension dans les deux als a un Newton près.



(12) une force horizontale F d'intensité 500 Newton applique au point C d'un fil. Les extréuntés A et B du fil sont fixés à un mur vertical Prouvez la tension dans chaque fil à un Newton près

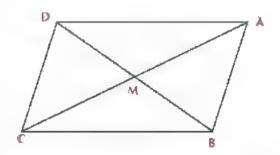




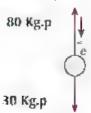
Questions de réponse courtes :

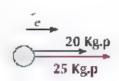
- Complétez cë qui suit :
 - 🐧 La quantité scalaire est déterminée par
 - La quantité vectorielle est déterminée par
 - c Le segment orienté est un segment dont
 - d Deux segments orientés sont équivalant silv ont
 - La forme polaire du veotear M 3 1 +4 1 est
 - 1 Le vecteur qui représente une force d'intensité 20 kgp et dans la direction 30° Sud par rapport à l'Est, s'écrit à la forme cartésien
- (2) Dans la figure ci contre . ABCD est un paradélogramme. M'est le point d'intersection de ses diagonales, Complètez :

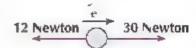
$$b^{*}$$
 $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} =$



3 Dans chacune des figures survantes exprimez en fonction du vecteur e la résultante des forces représentées:







1 - 4 Epreuve cumulative

- Dans ce qui suit, les deux forces F et F₂ appliquent en un point matériel Déterminez l'intensité et a direction de la résu tante de deux forces su
 - a Γ 15 Newton dans la direction de l'Est., Γ, 40 Newton dans la direction de l'Ouest.
 - **b** F = 34 gp dans la direction Nord est $F_2 = 34$ gp dans la direction Sud Ovest.
 - $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ dyne dans la direction Nord-ouest $\frac{1}{2} = 50$ Dyne dans la direction Sud Est.
 - d F₁ = 30 Newton dans la direction 20° Est par rapport at. Nord. F = 30 Newton dans la direction 70. Nord-Est.
- (5) $F_1 = 7$ i = 5 j , $F_2 = A$ i + 3 j . $F_3 = A$ i + (b = 3) j app equent en un point matériel. Irouve les valeurs de a et b si.
 - a la résultante des forces est égale à 4 i 7 j b le système est en équilibre.

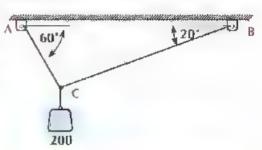
Questions de réponses longues

- 6 Deux forces d'intensités 8 √3 et 8 Newton agissent en un point matériel. La mesure de l'angle compris entre elles est 150°. Trouvez l'intensité de leur résultante et la mesure de l'angle qu'elle fait avec la première force.
- (7) Deux forces d'intensité 30 et 16 Newton agussent en un point materiel. Si l'intensité de leur résultante est 26 Newton, Trouvez la mesure de l'angle formé par les directions des deux forces.
- (8) Soient deux forces d'intensité 2 et l' Newton et la mesure de l'angle formé par leur lignes d'auton mesure 120°. Frouvez E si
 - a l'intensité de la résultante est égale à F.
 - b la résultante est orthogona, à la deuxième force.
 - La résultante est une bissectrice de l'angle formé par les deux forces.
- (9) Décomposez une force d'intensité 90 Newton en Jeux forces d'intensités égales et formant entre elles un angle de mesure 60°
- (i) Un corps de poids J'intensité 80 Newton est posé sur un plan horizontal. Frouvez l'intensité des deux composantes orthogonales du poids sachant que l'une de deux forces est inclinée sur l'horizontale d'un angle de mesure 30° vers le bas.
- 10 Irols forces d'intensité 2 F., 4 F et 6 F agissent en un point matériel dans des directions parallèles aux côlés d'un triangle équilateral pris cans un ordre cyclique. Trouvez l'intensité et la direction de leur résultante
- (12) ABCD est un rectangle tel que AB = 8 cm . BC = 6 cm . E ∈ CD tel que ED = 6 cm Des forces d'intensité 6 . 20, 13 √3 et 2 new on agressent survant AB . AC . AE et AD respectivement. Trouvez l'intensité et la direction de la résultante de ces forces.
- Un corps de po ds 80 gp est suspendu par l'extrémité d'un til. L'autre extrémité du fil est fixée en un point d'un mer verueal. Le corps est déplacé à l'aide d'une force perpendiculaire au fil. À l'état d'équilibre, le fil est incliné d'un angle de mesure 30° avec le mur. Trouvez, à l'état d'equilibre l'intensité de la force et l'intensité de la tension du fil.

- 14 Un corps de poids 20 kgp est posé sur un plan lisse incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure θ , où cos $\theta = \frac{4}{5}$ le corps est empêcher de se glisser à l'aide d'une force horizontale d'intensité F. Trouvez F et l'intensité de la réaction du plan.
- (5) Une barre homogène repose par ses deux extrémités sur deux plans lisses inclinés formant avec l'honzonta e deux angles de mesures 60° et 30°. A l'état d'équilibre. Trouvez la mesure de l'angle que fait la barre avec l'honzontale. Et su l'intensité du poids de la barre est égale à 24 Newton, déterminer l'Intensité de la réaction de chacun des deux plans.
- (6) Dans la figure ci-contre i un corps du poids 200 Newton est suspendu verticalement d'un point C et fixé à l'aide de deux fils BC et AC qui forme deux angles des mesures 20° et 60° respectivement avec l'horizontal. Si le système est en équilibre, trouve la tension da 18 chaque fil à un Newton près.



un marin sauvé en utilisant la chaise de capitaine. La chaise est Suspendue par deux fils AB et AC passant sur une poulie comme dans la figure el-contre 19 Si les deux fils sont inclinés sur l'horizontal par deux angle de mesure α et β qui sont égales à 25 etrespectivement. Si la tension dans le fi AB est égale à 80 Newton, trouve les poids du marin et la chaise ensemble et la tension dans le fil AC dans le cas d'équilibre.





Si vous ne pouvez pas repondre à ces questions, vous pourez atiliser le tableau suivant .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	.0	IJ	12	13	14	15	16	17
Vecteors	Vecleurs	Vectenrs	Vecteurs	Vecteurs	Lagrin (1) 25	Legon (1125	Luctum 111 25	Legon (2) 25	Leçon (2) 25	Leçon (3) 2S	Légon (3) 28	Leçon (4) 25	Legen (4) 28	Lagon (4) 2S	Leçon (4) 2S	Legon (4) 25





La mécanique étudie le mouvement des corps et les forces qui ont causé ce mouvement, elle se divise en cinématique et cinématique. Dans cette unité nous nous limiterons à l'étude de la cinématique. Cette seronce étudie le mouvement des corps du point de vue géométrique uniquement sans prendre en considération les lorces agissar, sur que 1 est a noter que la cinématique à une application importante dans la vie pranque comme : le déplacement du mouvement dans les machines et son exigence. Dans cette innié nous allons étudier le mouvement des corps, les phenomenes qui l'accompagnent et ses causes



Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de :

- Comprendre que la notion de particille est un point virtuel
- Comprende la not on de mouvement de déplacement d'une partie, de d'une gostinou à une a, ta
- Comprende que le déplacement se produit si fous les points de corps ou mouvement se déplacement auxant des droites paral eles les unes aux autres pendant le mouvement.
- Distinguer le déparement de la distance
- Comprendre la notion de vitesse uniforme, vecteur vitesse : le mouvement uniforme : vecteur vitesse moyenne sens de la vitesse instantanée la vitesse rula ave et les tinics de mesare de la vitesse)
- D'stinguer la notion vecteur vitesse moyenne et de l'intensité de la vitesse moyenne cans le cas de mouvement rectiligne
- Appliquer les notions des : vitesse vitesse relative et celle de l'accetération par modélisation dans des situations physiques et quoudiennes comme (monverneur des missiles, l'aviation, les saicalles) dans une forme d'activités
- Recommande to months de la valesse religive

- Recomment les formules du manyement techlique à calciment muniforme. In termaté de l'incédéntion $y=y_0+at:D\to y_0t+\frac{1}{2}at^2:y^2=y_0^2+2$ aut
- Recommute le mouvement vertical sons l'effect di attraction terrestre.
- Reconortro les applications des propriétés du mouvement recta gue mum d'une accé ération uniforme
- Conniître les propriétés du mouvement verucal sous l'effet de l'attraction terrestre forsque le corpa monte ou desce ul.
- Convaire l'attraction terrestre (foi de l'attraction tanverse, le de Vew.og) et la constante universe, le disconstante universe, le disconstante de l'attraction.
- luamifier as réprésentation graphique de la relation entre le déplacement et le temps et de la relation entre la vitosse et le temps.
- Utiliser une calculatrice graphique pour représenter la relation entre le déplacement et le temps et la relation entre le seuessé et le toppe



Chicken and Company

Mouvement rectingne

Distance

Vesteur vitesse.

Vitesse moyenne

Intersité de la Vitesse movemme

Vitesse relative

Mouvement vertical

Attraction ansverselle

Déplacement

Vitesse uniforme

Vitesse Instantanée

Vecteur position

Acceleration uniforms

Chute I bre

Attraction terrestre



Ca.c., atrice spentifique

Logiciels de graphisme

Carculatrice graphique



Leçon (2 1): Mouvement rectiagne.

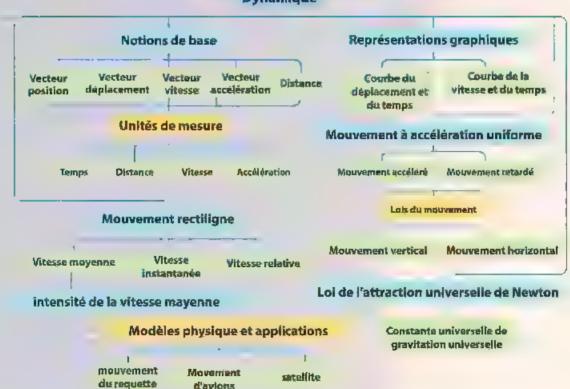
Legon (2 3): Chute libre.

Legan (2 - 7): Mouvement rectiligne à accelération - Legan (2 - 4): uniforme

Leçen ($\mathbb{Z} + 4_T$ — Lef de l'attraction universelle



Dynamique



2 - 1

Mouvement rectiligne

Relabon entre le vecteur position et le vecteur

- déplacement.

 Vitesse moyenne.
- · Vitesse nstantanée
- Witesse relative

Vocabulaires de base

- · Mouvement rect, igne
- Système métrique
- Verteur déplacement
- Vecteur position
- Vecteur vitesse
- Mouvement uniforme
- Vitesse movenne
- Vitesse instantanée
- Vitesse relative

Aides pedagogiques

- Papiers quadrilés
- Calculatrice strent fique
- Logiciels de gràphisme.

Introduction:

Vous avez déjà vu quelques systèmes des mesures jusqu'à l'adoption da système décimal, inventé par les Français en 1790, qui a continué jusqu'à la parubon du système international unifié SI. Ce système se compose des unités de hases de la Mécan.que (masse, longueur, temps) et les unités dérivés qui se forment à partir des unités de base suivant des relations a gébriques (vitesse, accélération, forces).

Mouvement

Repos et Mouvement:

Lorsqu'un corps change sa position par rapport à un autre corps au découlement du temps, on dit que le prenner corps est en état de mouvement par rapport à l'autre corps. Si la position relative de deux corps ne change pas au découlement du temps, alors chacun de deux corps est en état de repos par rapport à l'autre. Le rebot et le mouvement sont deux notions relatives, les arbres et les bâtiments stables semblent en état du mouvement par rapport à un train en état du mouvement,

Types de mouvement

Il y a plusieurs types de mouvement comme le mouvement translatoire, le mouvement rotatoire et le mouvement oscillatoire. Par exemple le football projeté se déplace d'une position à l'autre en faisant un mouvement à la fois translatoire et rotatoire. Amoi le mouvement de goutte de l'eau se déplace en faisant un mouvement à la fois transitoire et oscillatoire.

Dans ce qui suit, nous allons sculement étudier le mouvement translatoire en supposant que le corps translaté est infiniment petit, il est donc appelé une particule qui est tranée comme un point géométrique pour éviter le complexité théorique due du mouvement rotatoire et du mouvement oscillatoire que nous allons abordez dans cette étude.



Mouvement translatoire

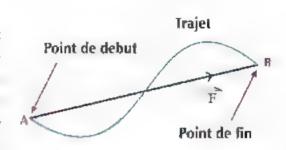
Le mouvement translatoire, c'est le mouvement d'un corps d'un point à l'autre le premier est appelé le point de début et l'autre est le point du fin. L'un des exemples de ce mouvement est celui d'un corps sur une ligne droite « mouvement reculigne ».

Distance

S. un train se déplace du Caire vers Mansourah, il parcourt une distance de 126 km. La distance est une quantité scalaire, il si ffit donc de connaître sa valeur. Si la distance entre les deux villes est 160 km, alors le nombre 160 représente la valeur numérique et (km) est l'unité de mesure de la distance.

Vecteur déplacement

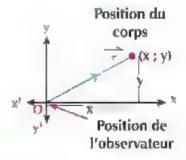
C'est le vecteur qui est représenté par le segment orienté AB dont le point de début est (A) et le point du fin est (B). On le note par le symbole D et la nomie du veueur déplacement par le symbole 1AB! La norme du vecteur céplacement ne correspond pas forcement à la longueur du trajet fa t par le corps durant le mouvement



Vectour position

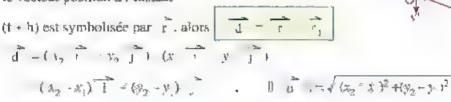
C'est le vecteur dont le point d'origine est la position de l'observateur (O) et le point d'extrémité est la position du corps observé.

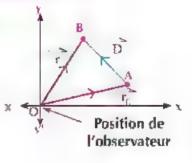
On le symbolise par $\frac{1}{1}$ tel que $\frac{1}{1} = x + y + y + y + z = 1$ où $\frac{1}{1}$ sont deux vecteurs unitaires ortnogonaux



Relation entre le vecteur position et le vecteur déplacement :

St (O) est la position d'un observateur, $A(x_1;y_1)$ et $B(x_2,y_2)$ sont les positions d'une particule à deux instants consécutifs, alors \overline{AB} est le vecteur déplacement de la particule noté \overline{D} . Si on symbolise le vecteur position à l'instant i par le symbole $\overline{x_1}$ le vecteur position à l'instant





.. d = 1 e où e est le vecteur unitaire dans le sens de AB (sens du mouvement)

Unit 2: Dynamique



Exemple

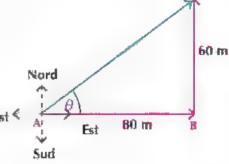
Un coureur s'est déplacé 80 m vers l'Est, pars 60 m vers le Nord. Calculez la distance et le déplacement parcourus par le coureur.

Que remarquez vous ?



La distance totale parcourue par le coureur est la somme de Jeux distances de A à B puis de B à C

La distance =
$$AB - BC = 80 + 60 = 140$$
 in
Déplacement est le segment orienté $A\overline{C}$



D'après Pythagore:

A
$$C = \sqrt{(80)^2 + (60)^2} = \sqrt{10000}^\circ = 100$$
. Tan $\theta = \frac{50}{80}$, alors $\theta = 36^\circ 52^\circ 12^\circ$
C est à dure la norme du déplacement = 100 m dans la direction 36° 52' 12' Nord par rapport à l'Est.

On remarque que :

- La distance est une quantité scalaire (déterminée par sa valeur seulement) tandis que le déplacement est une quantité vectorielle déterminée par sa norme et le sens)
- ➤ La norme du vecteur déplacement

 la distance totale.

Essayez de résoudre

1) Un cycliste a parcouru 6 km vers l'Ouest puis 8 km dans la direction 60° Sud-par rapport à l'Ouest.

Calculez la distance et le déplacement parcourus par le cycliste

(2) **Pensé critique**; S, une fourmi monte un mur de 3 in de haut pars elle rentre au même point de départ. Calculez la distance et le déplacement parécourus.

Exemple

2 Une particule se déplace telle que son vecteur position r est donné en fonction du temps et en fonction des vecteurs unitaires de base 1 et j par a relation:

Trouvez la norme du vecteur déplacement jusqu'à l'instant t = 4

O Solution

$$\vec{r} = (0) = 2 \vec{i} + \vec{j} + (4) = (3 \times 4 + 2) \vec{i} + (4 \times 4 - 1) \vec{j} + 14 \vec{i} + 15 \vec{j}$$

$$\vec{d} = \vec{r} = (4) - \vec{r} = (0)$$

$$= (14 - 2) \vec{i} + (15 + 1) \vec{j} - 12 \vec{i} + 16 \vec{j}$$

$$\vec{d} = 4 = 4 + 256 \qquad d = 20 \text{ unités de longueur}$$



(3) Dans l'exemple précédent l'rouvez la norme du vecteu: déplacement de l'instant t = 1 à 1 matant t = 3.



La courbe (Distance - temps)

Le tableau suivant représente la relation entre le temps en seconds et la distance en mêtres d'un conreur :

7	()	2	4	6	8	10
A softening of the same of the same	O	10	20	30	40	50

- Sur un papier millimétré, représentez le temps sur l'axe des ordomées,
- 2 Placez les coordonnées des points donnés dans le tableau.
- 3 Utilisez une règle pour tracer la meilleure droite passant par la plus part des points du graphique.
- 4 A l'aide de cette droite qui représente la relation entre la distance et le temps, pouvez-vous déterminer
 - La distance parcourue après 3 seconds ?
 - b Le temps nécessaire peur que le coureur parcoure 45 mêtres ?
- 5 Pouvez-vous déterminer la pente de la droite qui représente le mouvement du coureur .



la vitesse

Dans un concours, si deux coureurs font une course pendant un delais firm.té, alors le coureur qui parcourt la plus grande distance est plus rapide que le coureur qui parcourt la plus peute distance,

On peut déterminer l'intensité de la vitesse par la distance parcourue pendant un intervalle déterminé du temps sans prendre en compte le sens du monvement. Le kilométrage d'un compteur de voiture indique



Unit 2: Dynamique

seulement l'intensité de la vitesse sans déterminer la direction de la vosture

Essayez de résoudre

- 4 Convertissez 90 km/h en m/s
 - b Convertissez 15 m/s en km/h
- (5) Complétez le tableau survant :

. 1	18km/h	54km/h	km/hr	90km/h	km/h	180km/h	18
.8	5 m/s	m/s	20m/s	m/s	30m/s	m/s	J 5

Vecteur de la vitesse

Le vecteur vitesse d'un particule est le vesteur dont la norme est égale àl'intensité de la vitesse et dans la direction du monvement.

Expression orale:

- 1- Comparer entre l'intensité de la vitesse et le vecteur vitesse de point du vue de .
 - La définition. **b** La nature de la quantite (scalaire ou vectorielle)

Vitesse uniforme et vitesse variée

Mouvement uniforme : c'est le cas où la norme et le sens du vecteur vitesse sont constants. Il est utile de exter deux remarques importantes :

- 1 L'invariance du sens du vecteur vitesse : Cela veut dire que le corps se meut dans un sens constant.
- 2 L'invariance de la norme du vecteur vitesse : Cela veut dire que le corps parcourt des distances égales en des delais égaux où le corps se déplace par une vitesse d'intensité constante

Le mouvement varié : Si le mouvement n'est pas uniforme, on dit qu'il est varié ; soit la norme de la vitesse est variée ou le sens de la vitesse est varié ou bien les deux sont varies.

L'intensité de la vitesse moyenne

Une vontare se déplace du Carre à Harghada, La distance entre les deux viltes suivant le trajet de la volture est égal à 510 km. Si la voiture roule à des vitesses var ées entre les deux villes et le temps total du voyage est 6 het res, alors la vilesse de la voiture dans ce cas est appelée la vitesse moyenne. On a 1

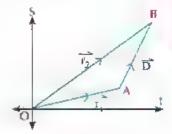
Vitesse moyenne
$$v_n = \frac{D_{istance totale}}{Temps total} = \frac{5.0}{6} = 85 \text{ Km} / \text{h}$$

D'on:

la vitesse moyenne est la distance totale du voyage divisée par le temps découlé pendant le voyage,

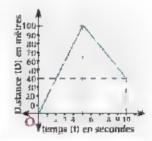
Vecteur vitesse movenne

Si une particule se deplace en deux instant du temps t_1 et t_2 dans les positions A et B respectivement et si $\frac{1}{6}$ est le vecteur déplacement durant l'intervalle du temps $(t_2 - t_1)$, alors v_m est appelé le vecteur vitesse moyenne de cette particule durant cet intervalle du temps. O 1 a:



Exemple

- 3 Là figure ci-contre indique la relation entre le temps et la vitesse du mouvement d'un ryeliste en ligne droite à partir du point O. Trouvez.
 - Le vecteur vitesse moyenne.
 - b L'intensité de la vitesse moyenne.



Solution

On trouve le vecteur y tesse moyenne à l'aide de deux points sur la représentation graphique

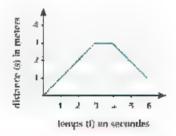
a
$$\sqrt{v}_n = \frac{40}{10} = 4$$
 e et sa norme 4 m s

b
$$V_{\text{or}} = \frac{100 + 50}{10} = 16 \text{ m/s}$$
.

Essayez de résoudre

6 La figure ci-contre est une représentation graphique d'une courbe (distance-temps) du mouvement d'une souris échappe d'un chat.

Refaire la figure si la souris à doubler sa vitesse

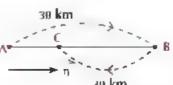


Exemple Calculé la vitesse moyenne et le vecteur vitesse moyenne

4 Un cycliste a parcouru 30 km sur une route rectiligne à une vicesse de 18 km/h., pais il a parcouru une distance de 20 km sur la même route, dans le sens inverse, à une vitesse de 15 km/h. Trouvez la vitesse moyenne durant le trajet, pi ls frouvez la vitesse mayenne.

Solution

Si le cycliste a commencé le mouvement de la position A à la position B dans la première étape puis il est retourné du point B au point C dans la seconde étape et en supposant que e est le vecteur unitaire dans la direction AB.



Le temps prus dans la première étape = $\frac{d}{t_{\perp}^2} d^*o\hat{u}$: $t_{\parallel} = \frac{30}{3} = \frac{5}{3}$ heures

Le temps pris dans la seconde étape $t_2 = \frac{20}{15} + \frac{4}{3}$ heures.

Le temps total du trajet $\frac{5}{2} \pm \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = 3$ heures

Unif 2: Dynamique

Le déplacement d =30 c -20 c -10 c

$$\vec{v} = \vec{v}_m = \frac{10 \cdot \vec{e}}{3} = 3 \cdot \vec{e}$$

... Donk le verteur vitesse moyenne a le même sens que e , s'est-û-dire dans la direction de A B et sa norme est égale à 3 \frac{1}{3} km / h.

L'intensité de la vitesse moyenne = $\frac{\log_2 l \, disance}{total time} = \frac{30 + 20}{3} = \frac{50}{3} \text{ km/h}$

Essayez de résoudre

(7) Un eyeliste a parrouro une distance de 25 km sur une route rectiligne à une vitesse de 15 km/h puis il a parcouru une distance de 7 km sur la même route, dans le même sens, a une vitesse de 7 km/h. Calculez le vecteur vitesse moyenne durant le tra et.

Exemple

5 Une particule s'est trouvée aux deux instants du temps 3 et 7 seconde dans les positions A(5; 2) et B(9, 10) respectivement. Trouvez le vecteur vitesse moyenne de la particule durant cet intervalle du temps puis calcu ez la norme et la direction de la vitesse moyenne.

Solution

La figure vi-contre représente :

Le vecteur position initiale $OA(r_1)$,

Le vecteur position finale \overrightarrow{OB} ($\overrightarrow{r_2}$),

Le vecteur déplacement AB (d)

Ob:
$$\overrightarrow{\mathbf{d}} = \overrightarrow{\mathbf{r}_2} - \overrightarrow{\mathbf{r}}$$
,
 $\overrightarrow{\mathbf{d}} = (9:10) (5:2)$

$$\cdots \overrightarrow{v_m} = \frac{\overrightarrow{v_1}}{t_2 - t}$$

$$v_{i} = \frac{1}{\sqrt{7-\delta_{i}}} (4 \frac{5}{1} 8 \frac{5}{1})$$

 $v_m = 1 \pm 2$ (la forme vectorielle de la vitesse moyenne)

$$1. \overline{v}_{\rm rel} \parallel \sqrt{f} (1)^2 (2)^2 = \sqrt{5}$$
 unités de vêtesse

Il fait un angle polaire dont la tangente est 2 avec Ox C.à.d: 63°26'6"

Essayez de résoudre

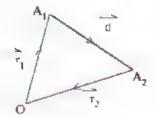
(8) Une particule s'est trouvée aux deux instants du temps 3 et 8 seconde dans les pos tions A(7, 2) et B 4; 6, respectivement. Trouvez le vecteur vitesse moyenne de la particule durant cet intervalle du temps puis calculez la norme et la direction de la vitesse moyenne.

Vitesse instantanée

Dans la figure ci-contre :

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1}}$$

Sole défais (L, -t,) est très petit de valeur moyenne i alors le vecreur vitesse dans de cas est définie par le vecteur vitesse instantanée au moment t qui est moté 🔍





Reflichissez et discutez

Vitesse relative

One remarquez-vous?

- Si vous êtes assis dans un train qui se déplace et vous observez par la tenêtre les poteaux électriques et les arbres sur les deux côtés de la route.
- ➢ Si vous êtes dans une voiture qui roule à une viresse donnée dans un sens donné et vous observez les autres voitures qui roulent dans le même sens que celui de votre voiture.
- Si les autres voitures rouleut dans le sens inverse à celui de la vôtre.

De ce qui précède, on remarque que le mouvement est une notion relative qui callère d'un observateur à un autre et d'une position à une autre. Dans tous les cas l'observateur observe les mouvements des autres corps comme s'a est au repos. Si ce n'est pas le cas, il von les corps se déplace à des vitesses qui ne correspondent pas aux vitesses réelles de ces corps. Ce sont des vitesses relatives.

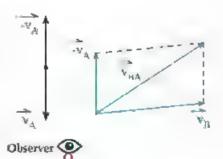
Notion de la vitesse relative:

La vitesse relative d'une particule (A) par rapport à une autre particule (B) est la vitesse à laquelle, il semble à la particule (B) que la particule (A) se déplace si on considère que la part eule (B) est à l'état de répos.

Vecteur vitesse relative:

On considère $\stackrel{*}{v_A}$ et $\stackrel{*}{v_B}$ les vecteurs vitesses des deux corps A et B par rapport à un observateur (O) et que v_{ma} et le vecteur vitesse de B par rapport à A

En ajoutant (- v.) à chacun des deux vecteurs v. et v_B des deux corps A et B où A devient au repos et le vecteur vitesse de B par rapport à A devieut



$$(\vec{v}_B - \vec{v}_A) d^*ob \vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

Unif 2: Dynamique

Reflexion critique; si \vec{V}_{BA} es le vecteur vitesse de B par rappor à A et \vec{V}_{AB} est le vecteur vitesse de A par rapport à B, écrire la relation entre \vec{V}_{BA} et \vec{V}_{AB}

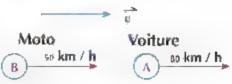


Exemple

- 6 Une voiture roule sur une route rectiligne à une vitesse de 80 km/h. Si une moto route sur la même route à une vitesse de 50 km/h. Frouvez la vitesse relative de la moto par rapport à la voiture sachant que :
 - La moto se deplace dans le même sens que celui de la voiture
 - b La moto se déplace dans le sens contraire à celui de la voiture.

Solution

On désigne a voiture par le symbole A et la moto par le symbole B. Soit e le vecteur anitaire dans le seus de mouvement de la voiture



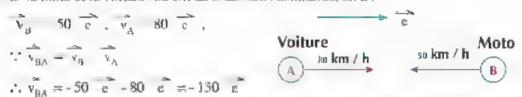
a S la moto et la voiture roulent dans le même sens, on a :

 $\vec{v}_B = 30 \stackrel{\sim}{e}$, $\vec{v}_A = 80 \stackrel{\sim}{e}$, vitesse de la moto par rapport à celle de la voiture $\vec{v}_{BA} = ?$

$$v_{BA} = v_B = v_A \qquad \qquad v_{BC} = 50 \quad e^2 = 80 \quad e^2 = -30 \quad e^2$$

Donc la moto semble à l'observateur de la voiture roulant à une vitesse de 30 km/h, dans le sens opposé de 📜

b Si la moto et la voiture roulent dans des sens contraires, on a :



Donc la moto semble à l'observateur de la volture roulant à une vitesse de 130 km/h

Essayez de résoudre

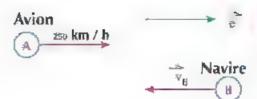
- (9) Une voitare route sur une route rectiligne à une vitesse de 12 km/h. Si une moto route sur la même route à une vitesse de 28 km/h. Trouvez la vitesse relative de la moto par rapport à la voiture sachant que '
 - a la moto se déplace dans le même sens que celui de la voiture.
 - b la moto se déplace dans le sens contraire à celui de la voiture.

Exemple

7 Un navire se déplace suivant un trajet rectiligne vers un port. Lorsqu'il est à une distance de 100 km du port, un avion de garde l'a survoié dans le sens contraire à celui du navire à une vitesse de 250 km/h. En l'observant, il lui semble que le navire se déplace à une vitesse de 300 km/h. À partir du moment de l'observation, calculez le temps necessaire pour que le navire atteigne le port.

Solution

On désigne le navire par le symbole 8 et l'avion par le symbole A. Soit e le vecteur unitaire qui a le même sens que celui de l'aviou. Si la vitessa réelle du navire est (dans le sens contraire de celui de l'avion)



$$\vec{v}_A = 250 \quad \vec{e} \quad \vec{e} \quad \vec{v}_{BA} = -300 \quad \vec{e}$$

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \quad \vec{e} - 300 \quad \vec{e} \quad \vec{v}_B - 250 \quad \vec{e}$$

$$\vec{D} = \vec{v}_B = -50 \quad \vec{e}$$

Done la vitesse relative da navire est 50 km/h et se déplace dans le sens contraire à celui de l'avion

$$\therefore \vec{A} = \vec{v} \qquad \therefore 100 = 50t$$

Done , = 2 heures

📓 Essayez de résoudre

(ii) Un voiture de police route sur une antoroute pour contrôler les vatesses. Elle roule à une vitesse de 40 km/h. Elle observe un camtou roulant dans le sens contraire et lui semble que le camtou roule à une vitesse de 120 km/h. Quelle est la vitesse effective du camtou /



Complétez ce qui suit:

1 20m/s = km/h

- ② 90 km/h =
- m/s
- (4) $Si\vec{v}_{A} = 15\vec{i} \text{ et } \vec{v}_{B} = 22\vec{i}$
- alors v_{EA} -
- (5) Si $\overrightarrow{v}_{AB} = 65$ \overrightarrow{e} et $\overrightarrow{v}_{A} = 50$ \overrightarrow{e}
- alors $\frac{2}{v_R} =$

Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

- (7) Si une voiti re roule à une vatesse amforme de 75 km/h pour une durée de 20 minutes, alors la distance parcourne en kalomètre est égale à ______ km
 - a 15
- b. 20
- C: 25
- # 30

Unif 2: Dynamique

8 Le temps pris par une voiture roulant à une vitesse de 20 m/s pour parcourir une distance de 180 km est égale à ... _ hours

1 2

.b1.2

@ 2 l

d 3

(9) Si van 15 i et va 35 i alors va est égale à :

a - 50 6

b - 20 €

'₽ 20 î

d 50 i

Si le vesteur position d'une partique se déplaçant en une agne droite à partir d'un point O, est donné en fonction du temps par la relation $\frac{1}{1} = (2t^2 + 3)$ e sachant que la norme de $\frac{1}{1}$ mesurée en metre a ors la norme du vecteur $\frac{1}{1}$ dép acement après deux secondes est égale à :

a Am

b 6m

c Sm

d Ha

- (1) En lien avec l'astronomie; Si la lumlère arrive du soleil à la terre en 8,3 minutes, la distance du soleil au terre est 1.494 » 10 · m. Calculez lu vitesse de la lumière
- Deux voitures roules de Benha au Caire en inême temps à une vitesse uniforme de 70 km/h pour la premier et de 84 km/h pour la deuxième. Trouvez le temps d'attente du chauffeur de a deuxième voiture pour que le chauffeur du premier voiture lui rejoint sachant que le trajet est de 49 km
- (3) Un train de longueur 150 mètres entre dans un tunnel rectiligne de congueur / mètres. Pour qu'il traverse totalement le tunnel, il a pris 15 secondes. Trouvez la longueur du tunnel sachant que le train se déplace à une vitesse uniforme de 90 km/h

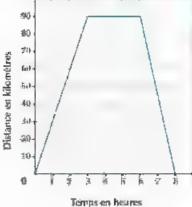


- 14 Un cycliste parcourt une distance de 30 km sur une route rectiligne à une vitesse de 15 κm/h puis i retourne dans le sens inverse et parcourt une distance de 10 km à une vitesse de 10 km/h. Trouvez le vecteur vitesse moyenne durant le trajet.
- (5) L'i homme se deplace sur une route rechlighe. Il parcourt 800 mètres à une vitesse de 9 km/h puis il parcourt la même distance dans le même sens à une vitesse de 4.5 km/h. Trouvez la vitesse moyenne de l'homme durant le trajet.
- Soient deux villes A et B situées sur la route côtière distantes de , 20 km. Une voiture roule de la ville A vers la ville B à une vitesse de 88 km/h. Au même instant une autre voiture roule de la ville B vers la ville A à une vitesse de 72 km/h. Où et quand les deux voitures se rencontrent elles ?
- (7) Une voiture A roule sur une route rectiligne à une vitesse de 60 km/h. Une autre voiture B roule sur la même route à une vitesse de 90 km/h. Trouvez la vitesse de la voiture A par rapport à la voiture B sachant que :
 - a les deux vottures roulent dans deux sens contraires.
 - billes deux voitures roulent dans le même sens
- (18) Une voiture de police roule à une vitesse i niforme sur une route horizontale. Elle observe que la vitesse relative d'un carnion, roulant devant elle et dans le même sens, est de 60 km/h. Lorsque la voiture de police double sa vitesse. I lui semble que le carnion est au repos. Trouvez la vitesse réelle de la voiture de la police et celle du carnion.



Activité (1)

- 19 La figure ci-contre représente la relation entre la distance en kilomètre et le temps en heure concernant le trajet d'une mote se déplaçant entre deux villes. Répondre aux questions survantes :
 - 8 Quelle est la vuesse moyeme de la moto duran. l'allée %
 - De Ouelle est la vitesse moyenne de la moto durant le retour?
 - Que représente le segment horizontal dans la figure

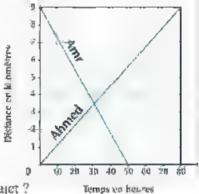


- 20 Une moto se déplaçe à une vitesse uniforme, une munite après, elle se trouve à une distance. de 2 km d'an point A. 3 minutes après, elle se trouve à une distance de 5 km du même point. Tracez une figure représentant la relation entre la distance et le temps concernant le trajet de la moto. Du graphique.
 - Trouvez la vitesse de la moto?
 - Exervez la relation mathématique entre le temps (t) et la distance (D).



Activité (2)

- 21) La figure ci-contre illustre le trajet pris par Alaned et Ann pour pareourir la distance entre deux villages, l'un partant d'un village et l'autre partant de l'autre village.
 - Ahmed et Amr out Ls commencé leur parcours au même temps? vérifiez votre réponse?
 - Ac boat de combien de minutes Ahmed et Amr se sont-ils rencontrés ?



- Quel est le temps par Ahmed pour parcouair le trajet ?
- d Calculez la vitesse d'Amr.
- S. Ami commence le mouvement à 9n 30 du matin, à quelle neure arrive-t i, à l'autre vi lage?
- 32 Si le vecteur position r d'une particule se déplaçant en ligne droite partant d'un point O est donné en fonction du temps t par la relation : 1 - (t2 3t-2) e où e est le vecteur unitaire constant, Trouvez le vecteur déplacement après 4 secondes.
- (0, 12) Une particule se trouve any instants 3 et 8 secondes any deux positions A(4;3) et B(12,3)respectivement. Irouvez le vecteur vitesse moyenne de la paraticle pendant cel intervalle du temps pais trouvez la norme et le sens de la vitesse moyenne
- 24 Réflexion Créative; un homme se déplace sur un pont AB Lorsqu'il a parcount $\frac{2}{5}$ de la longue, i du pont a partir du point A, L a entendu le sifflement d'un train se déplaçant vers le point A, tierrière .u., s'approx hant di point A à une vitesse uniforme de 60 km/h. Si l'homme se retourne et se dange vers le train, le train va le heurter au point A. Trouvez la vitesse uniforme minimale de l'homme pour qu'il ne soit pas heurié par le train au point B

2 - 2

Mouvement rectiligne à accélération uniforme

Acceleration

- · Courbe vitesse temps
- Moovement uniformément varié
- Relation entre vitesse temps
- Relation entre distance temps
- Relation entre vitesse »
 distance

Vocabulaires de base

- Accéleration
- Mouvement uniformé ment varié
- Acceleration uniforme
- Décélération uniforme

Préface :

Vous avez déjà étudié le mouvement autforme réculigne à vitesse constante. Il est remarquable que très peu de corps se déplacent suivant ces conditions pendant une longue durée. Dans chaque voiture, il y a trois outils permettant de contrôler sa vitesse, l'accélérateur, le fre n et le voiant qui contrôle la direction du mouvement. On remarque également la variation de la vitesse des corps pendant leur chute et pendant leur lancement vers le haut



A apprendre



Le mouvement rectiligne varié : C'est le mouvement où la vitesse varie en fonction du temps. Cette variation est appelée l'accélération et elle a pour unité de mesure m/s².

Ses unités de mesure sont m/s2 ou envis2 ou km / h2

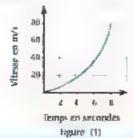
On remarque que : Si la variation de la vatesse à un instant donné est déterminée, cela s'appelle l'accélération instantanée.

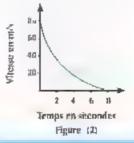
Courbe (vitesse - temps)

La notion de l'accélération est hée au changement de la vitesse. Si la vitesse augmente en fonction du temps, on dit que le mouvement est accéléré et dans ce cas l'accélération est positive (en considérant que la vitesse positive) comme le montre la figure (1).

Si la vitesse diminue en fonction du temps, on dit que le mouvement est retardé. Dans ce cas, l'accélération est négative comme le montre la figure (2).

S) la vitesse est constante en ronction du temps, en dit que le mouvement est uniforme.





Aides pédagoglave

- Papiers quadr dés
- Calculatrice scientifique
- Lod cieis de graph smé

Mouvement uniformément varié

On dit que le mouvement d'une particule est un mouvement un formément vané ou 1 est muni d'une accelération pruforme si le vecteur accélération est constant en norme et en sens en tout PIMPS.

Expression orale: Que sign fie chacute des expressions sujvantes?

- 4 La vitesse d'une particule augmente régulière pent pendant son mouvement au taux de 4 m/s2
- b. La vitesse d'une particule diminue régulièrement pendant son mouvement au aux de 24 km/h^2

Exemple

1 La vitesse d'une volture roumat en ague droite varie de 50 km/h à 68 km/h en 10 secondes. Un camion commence à se mouvoir, à partir du repos pour atteindre la vitesse de 18 km/h durant cette même période. Lequel des deux vehicules se déplace avec une plus grande accélération ? Expliquer votre réponse

Solution

D'après les informations données, en trouve que la voiture et le camion ont atteint la même augmentation de vitesse de 18 km/h (c'est a dire 5 m/s) ourant un intervalle de 10 secondes Done l'accélération des deux véhicules es,

•
$$a = \frac{\text{Variation de la vitesse}}{\text{Intervalle du temps}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ in } 7 \text{ s}^2$$

Essayez de résoudre

(1) La vitesse d'une voiture (A) roulant en ligne droite varie de 24 km/h à 36km, h en 5 secondes. La vitesse d'une voiture (B) roulant en ligne droite varie de 12 km h à 30km/h durant cette même periode. Laquelle des deux vortures se déplace avec une plus grande accélération ? Expliquez votre réponse.

Équations du mouvement uniformément varié

Il y a principalement trois équations qui relient la distance la vitesse, l'accélération et le temps au cas où le mouvement est mun d'une accélération uniforme. Ces équations sont :

[I] Relation entre là vitesse et le temps :

Si une particule se déplace en ligne droite suivant le vecteur vitesse initiale v, , et le vecteur accélération constante a et si son vecteur vitesse devient y après un interva le de temps (t) alors.

$$\frac{1}{a} = \frac{v + v_0}{t} d'où v = v_0 + 1$$

Done $v = v_0 + v$

En calculant la mesure algébrique, on obtient :

Luif 2 Dynamique

On remarque que :

- La relation relie quatre inconnues. On peut trouver la valeur d'une meonaue en connaissant les trois autres.
- ightharpoonup Si un corps commence à se mouvoir à partir du repos, alors, $v_0 = 0$ et V = at
- > Si a = 0, ators v = v_0 et donc la particule se déplace à une vitesse uniforme.

Exemple

- 2 Une particule commence à se mouvoir dans un sens fixe a une vitesse de 9 cm s et une secélération uniforme de 3 cm/s² agissant dans le même sens que celai de la vitesse initiale. Trouvez?
 - a la vitesse de la particule 5 secondes après le début du mouvement.
 - b le temps pris à partir du début du mouvement jusqu'à ce que la particule atteigne une vitesse de 54 cm/s.

Solution

On suppose que le sens du monvement de la particule soit le sens positif.
 D'après les données du problème : v₀ = 9cm/s , a = 3cm/s² , t = 5 secondes.

$$v = v_0 \quad \text{al} \quad v = 9 \quad 3 \times 5$$

$$\therefore v = 24 \text{ cm/s}.$$

Essayez de résoudre

- (2) Une particule commence à se mouvoir dans un sens fixe à une vitesse de 20 cm/s et une accélération uniforme de 5 cm/s² agissant dans le même sens que celan de la vitesse initiale. Trouvez :
 - 🔻 la vitesse de la particule une minute après le début du monvement.
 - b le temps pris à partir du début du mouvement jusqu'à ce que la particule attergne une vitesse de 18 km/h.

Exemple

3 Une partieure se déplace en une ligne droite. Sa vitesse change de 54 km/h à 3m/s en la moitié d'une minute 'rouvez , intensité de l'accélération du mouvement. Cette particule peut-elle arriver à l'état du repos à un instant donné? Expliquez votre réponse.

Solution

$$54 \text{ km / h} = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ m / s}$$

D'après les données du problème $v_o = 15 \ m / s$, $v_i = 3m / s$ et $t = 30 \ secondes$.

$$\therefore 3 = 15 + 30 \text{ a}$$

$$1. a = -0.4 \text{ m/s}^2$$

"." a < 0 cette particule peut arriver à l'état du repos à un instant donné car son mouvement est retardé.

VICESSE ET (TE/8)

0

🔝 Essayez de résoudre

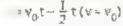
(3) Une voiture rouie en ligne droite. Sa vitesse diminue de 63 km/h à 36 km/h en une durée de demi minute. Calculez son accélération et le tamps pris pour que la voiture arrive à . état de repos.

III Relation entre la distance et le temps

L'aire sous la courbe (vitesse-temps) est égal au déplacement du corps.

Dans la figure ci contre: un corps commence à se monvoir à une vicesse mittale vo avec une accélération uniforme, Après un temps t secondes sa vitesse finale est y. L'aire sons la courbe peut être calculée en la sundivisant en un rectangle et un triangle.





 $d = v_0 t + \frac{1}{2} t (v_0 - a t - v_0)$ (En substituant de la première formule : $v = v_0 - a t$)

$$d = v_t t + \frac{1}{2} a t^2$$

Ou d, v et a sont les mesures algébrique des déplacement, vitesse et acceleration :

Expression orale:

- 1- Ecrivez la formule (distance-temps) lorsque le corps commence à se mouvoir à partir du repos.
- 2- Ecrivez la formule precédente si a = 0 Comment expliquez vous la nature du mouvement. dans ce cas ?

Exemple

 L ne volture roule à une vitesse de 90 km/h. Le charileur freme et la vitesse de la voiture diminue à un taux constant Elle s'arrête au bout de cina secondes. Calculez:



temps en secondes

- l'accélération de la voiture durant la diminution de la vitesse.
- la distance parcourue par la volture jusqu'à ce qu'elle s'arrête complètement.

Si le corps s'arrête, alors y = 0

> Solution

 Pour transformer to vitesse de km/h en m/s: 90km/h = 90 × 5/12 = 25 m/s Bu appliquant la formule : $v - v_0 + a$ toù $v_0 = 25$ m/s , v = 0 . t = 5 seconds **d'où** $a = -5 \text{ m/s}^2$ 0 - 25 + 5 a

Linif 2: Dynamique

b
$$\therefore$$
 d = $v_0 t + \frac{1}{2}$ a v^2 by substitution : $v_0 = 25$ m/s, $t = 5$ s, $u = -5$ m/s²
 \therefore **d** = $25 \times 5 + \frac{1}{2}$ (-5) $\times 25 = 62.5$ meters.

Essayez de resoudre

(4) Une petite boule est lancée, en ligne droite, à une vitesse de 20 m/s sur un plan horizontal avec une décélération régulière de \(\frac{1}{2} \) m, s². Déterminez la position et la vitesse de la boule 2 seconds après du point de départ.

[III] Relation entre la vitesse et le déplacement

On sait que :
$$v = v_0 - a t$$
 (1) $d = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2(2)$

En élevant la première équation au carré : $\mathbf{v}^2 = \mathbf{v}_0^2 + 2\mathbf{v}_0$ a $\mathbf{t} = \mathbf{a}^2 \, \mathbf{t}^2$ et en prenant un facteur commun $\mathbf{v}^2 = \mathbf{v}_0^2 + 2\mathbf{a} \, (\mathbf{v}_0 \, \mathbf{t} - \frac{1}{2} \, \mathbf{a} \, \mathbf{t}^2)$ par substitution de la valeur de D de l'équation (2)

$$v^2 = v_0^2 + 2 a d$$

Exemple

5 Une balle est tirée à une vitesse de 20 m/s dans une direction perpendiculaire à un mur vertical d'épaisseur 14 cm. Elle est sortie de l'autre côté du mur a une vitesse de 15 m/s. Trouvez l'intensité de la decélération. Si la balle est tirée sur un mur semblable au premier et à la même vitesse. Trouvez la distance parcourue avant que la balle s'arrête sachant que l'accélération de la balle est la même dans les doux cas.

Solution

On suppose que le sens positif est v_e = 200 m/s v = 150 m/s ce un du mouvement de la balle

Premier ras: $V_0 = 200 \text{ m/s}$, $V = 150 \text{ m/s} \in L d = 0.14 \text{ m}$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \text{ a.d.}$$
 $(150)^2 = (200)^3 - 2 \times a \times 0.14$

En simplifiant : a +- 62500 m s²

Deuvième cas:

$$v_0 = 200 \text{m/s}$$
, $v = 0$ $a = -62500 \text{ m/s}^2$ $v_0 = 20 \text{ m/s}$ $v_0 = 20 \text{ m/s}$ $v_0 = 20 \text{ m/s}$ $v_0 = 20 \text{ m/s}$

1. d =0.32 m

Donc la balle s'enfonce dans le mur d'une distance de 32 cm avant qu'elle s'arrête.

Essayez de résoudre

- (5) La vuesse d'une voiture à diminue régulièrement de 45 km/h à 18 km/h après avoir parcourt une distance de 625 mètres. Troi vez la distance qu'elle parcourt jusqu'à ce qu'elle s'arrête.
- 6 Une balle est tirée horizontalement à une vitesse de 100 m/s sur une masse en bois. Elle s'est enfoncée d'une distance de 50 em Trouvez l'accélération de la balle sachant qu'elle l'accélération est uniforme. Si la balle est tirée sur une masse semblable au première, d'épaisseur 18 cm. Quelle est la vitesse avec laquelle la balle son de la masse du bois?



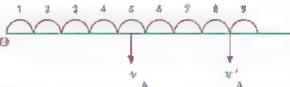
Exemple Vitesse moyenne à la nieme seconde:

- 6 Une particule se déplace à une vitesse mitiale 0 cm s dans une direction fixe avec une accélération uniforme 4 cm /8² Culculez:
 - 1) La distance pareourne durant la cinquième seconde.
 - 2) La distance parcourue durant la huttième et la neuvième seconds.



On considère que le sens positif est celui de la vitesse initiale.

$$\therefore v_0 = 10 \text{ cm/s} \cdot a = 4 \text{cm/s}^2$$



1) La vitesse moyenne curant la cinquième seconde = La vitesse au moitié de l'intervalle du temps = La vitesse après $4\frac{1}{2}$ s

$$\nabla v_A = v_0 + at$$
 $\therefore v_A = 10 + 4 \times 4\frac{1}{2} = 28cm/s$

la distance parcourt e à la canquième seconde – La vitesse moyenne \cdot temps – $28 \cdot 1$ – 28 cm.

2) La vitesse moyenne durant les la hir tième et la neuvième seconds v_m . La vitesse au moltré de l'Intervalle du temps $\equiv L_a$ vitesse après 8s .

$$x_A = v_0 + at$$
 $x_A = 10 + 4 \times 8 = 42 \text{ cm/s}$

La distance parcourue durant la mittème et la nonvierne seconds – La vitesse moyenne \sim temps = $42 \times 2 = 84$ cm

Reffichissez;

Essayez de résondre l'exemple précédant par une autre méthode.



- 7) Un corps se ment dans un sons constant à une vilesse de 30 cm/s et une accéleration uniforme de 6 cm/s² dans le sens de sa vitesse. Calculez:
 - a la distance parcourue après 5 secondes du début du mouvement.
 - b la distance parcourue à la cinquième seconde unquement
- (a) Une particule s'est déplacée à une vitesse initiale quelconque dans un sens constant et a une accélération uniforme. Si elle parcourt, à la tro sième seconde de son mouvement, une distance de 20 mètres, puis elle parcourt dans les canquième et sixième secondes à la fois une distance de 60 mètres, Calculez l'accélération du mouvement de la particule et sa vitesse mitrale.
- (9) Le métro se déplace en une ligne droite entre deux stations A et B. La distance entre les deux stations est de 700 mètres. De la station A. Il commence son mouvement, du repos avec une accélération uniforme de 2m/s² pendant 10 secondes puis il roule, pendant, une période de temps, à une vitesse uniforme. Il parcourt, a distance des 60 derniers mètres de son moi vement avec une décéleration uniforme jusqu'à son arrêt à la station B. Trouvez le temps que le métro a mis pour parcourir la distance entre les deux stations.

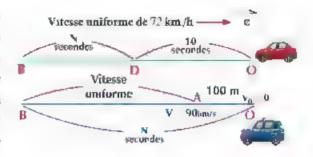


Exemple Application sur le mouvement avec un accélération uniforme

7 Une voiture roule à une v tesse un forme de 72 km/h. Elle a rencontré une voiture de police qui a commencé à la poursuiv e après 10 secondes de son passage avec une accélération uniforme sur une distance de 100 mètres jusqu'a ce que va vitesse atteigne 20 km/h, puis elle a roule à cette vitesse jusqu'au moment où elle à rattrapé la première voiture. Troi vez le temps pris par la poursuite à partir de l'instant du mouvement de la voiture de la police et la distance parcourue par cette voiture.

Solution

On considère que la sens positif est le sens de la direction du mouvement et que la voiture de police était au repos au point. O, pais elle a pareouru la distance de 100 mètres jusqu'à son arrivée à A où sa vitesse devient 90 km havec laque, e elle continue régulièrement jusqu'à ce qu'elle rattrape la première voiture au point B



$$72 \text{ km/h} = 72 \times \frac{5}{18} = 20 \text{ m/s}$$
 , $90 \text{km/h} = 90 \times \frac{5}{18} = 25 \text{ m/s}$

Concernant la voiture de police de l'intervalle du temps de O ---- A

$$v_0 = 0$$
 $v = 25 \text{ m/s}$, $d = 100 \text{ m}$ $v^2 = v_0^2 - 2 \text{ ad}$
 $25 \cdot 25 = 2 \times a \times 100 \implies a = \frac{25}{8} \text{ m/s}^2$
 $v = v_0 = at$ $\therefore 25 = \frac{25}{8}t$ $\therefore t = 8 \text{ secondes}$

... La distance que la volture de pollee parcourt a vitesse uniforme = 25 (t - 8) mètres

La voiture poursuivie a parcouru la distance OB en un temps = (t + 10) secondes. La voiture de police a parcouru la même distance OB en un temps = t secondes.

$$\therefore$$
 20 (1 * 10) = 100 * 25 (1 - 8) , then 1 = 60 secondes

La distance parcourue = 20 × 70 = 1400 mètres

Essayez de résoudre

Une voiture roule à une vitesse uniforme de 54 km/h. Elle est passée par tine volture de police qui a commencé à la pourstivre après 30 secondes de son passage avec une accélération uniforme sur une distance de 200 mètres jusqu'à ce que sa vitesse atteigne 72 km/h, puis elle a roulé à cette vitesse jusqu'au moment où elle a rattrapé la première voiture. Trouvez e temps pris par la poursuite à partir de l'instant ou mouvement de la voiture de la police et la distance parcourue par cette voîture.



(1) Complétez ce qui suit :

- Une particule se mea, du repos en ligne droite avec une accélération uniforme de 4m/s². Sa vitesse 6 secondes après le début da mouvement _ m's
- b I a distance que parcourt une partieu e qui se déplace en une d'rection fixe du repos à une accelération d'intensité de 5 cm s² en un intervalle de temps de \Rightarrow secondes =
- La vitesse moyenne d'une partir de se déplaçant a une vitesse initiale vi, et une accélération uniforme a pendant la secième seconde de son mouvement =
- d La vitesse moyenne d'ane particule se déplaçant à une vitesse initiale v, et une accélération uniforme a pendant les septième, huitième et neuvième secondes -
- 6 De l'état de repos, une particule se meut en ligne droite à une accelération uniforme. S e le parcourt 24 metres durant les quatre premières secondes de son mouvement, alors l'intensité de son accélération -
- Une particule se meut de l'état de repos en ligne droite avec une accélération uniforme de 2 cm/s2 Si elle parcourt une distance de 25 cm, alors sa vitesse à la fin de cette distance =
- (2) De l'état du repos, une voiture s'est lancée avec une accélération de 4 m/s². Quelle est la distance parcourue par la volture forsque sa vitesse atteint 24 m/s?
- (3) Une voiture de course roule sur une pisté à une vitesse de 44 m/s puis sa vitesse diminae à an taux constant jusqu'à ce qu'elle atteint 22 m/s en , I sécondes. Trouvez la distance parcourue. par la vorture durant cet interval e de temps.
- (4) Une voiture accélère a un taux constant de 15 m s à 25 m s. Quel est le temps pris par la voiture pour atteindre à cette vitesse sachant qu'elle a parcouru une distance de 125 mètres?
- (5) Un cyc iste roule avec une accélération uniforme. Il atteint une vitesse de 7,5 m/s en 4,5 secondes. Si le déplacement di véro pendant la période d'accélération est égal à 19 mètres, troavez la vitesse initiale du vélo-
- (6) Karım s'entraîne à monter à bicyclette. Son père le pousse, alors na atteint une accelérat on constante de \(\frac{1}{2} \) m / s\(\frac{2}{2} \) pendant 6 secondes. Après cela, Karim conquit la bicyclette tout seul à une vitosse de 3 m/s² pendant 6 autres secondes avant de comber. Trouvez la discance parcourue par Karim
- T'n cycliste descend une colline avec une accétération constante de 3 m/s². Arrivé en bas de la colline, sa vitesse atteint ,8 m/s piùs il freme pour conserver cette, vitesse pendant une minute. Trouvez la distance totale parsourue par le cycliste.
- (8) Un chaufeur de voiture roule à une vitesse constante de 24 m/s. Soudain, il voit un enfant traverser la rue. Si le temps nécessaire pour freiner est de , seconde et que la voiture roule avec une décélération uniforme de 9.6 m s² jusqu'à son arrêt, trouvez la distance totale que la voiture a parcourue avant de s'arrêter.

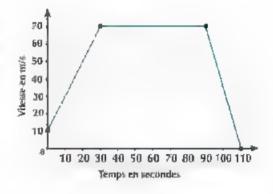
Unif 2: Dynamique

- 9 De l'état de repos, un corps a commencé son mouvement en ligne droite horizontale avec une accé ération uniforme de 4 cm/s² nour une durée de 30 secondes puis il s'est deplacé à la vitesse attente pendant 40 autres secondes. Trouvez sa vitesse moyenne.
- 10 Un corps se déplace en ligne droite avec une accélération uniforme sur un plan horizontal lisse. Durant la quatrième secon le, après le debut du mouvement, il parcourt 26 mètres et 56 mètres durant la neuvième seconde. Trouvez sa vitesse initiale et l'intensité de son accélération.
- (1) X et Y sont deux points sur une route réculig le horizontale. Du repos, i ne voiture A se déplace de X vers Y avec une accélération uniforme de 10 m/s². Au même moment, une autre voiture B se déplace de Y vers X à une vitesse uniforme de 54 km/h. Si la vitesse relative de la voiture A par tapport à la volture B, au moment de leur rencontre, est égale à 162 km/h, trouvez le temps pris par chacune des deux voltures du debut du moment de leur mouvement au moment de leur rencontre.



Activité

- (2) La figure et contre représente la courbe (vitessetemps) d'un corps commençant le mouvement à une vitesse in tiale de 10 m/s jusqu'au repos après un temps égal à 110 secondes. Trouvez :
 - Son accelération.
 - La décélération uniforme du corps jusqu'à ce qu'il s'arrête.
 - La distance totale parcourue par le corps.

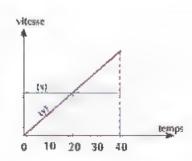


Réflexion créative:

(13) Au fond d'une mine, un ascenseur au repos commence à monter. Il parcourt une distance de 540 cm avec une accelération de 120 cm s². Ensuite, il monte une distance de 360 cm à une vitesse uniforme, puis une distance de 720 cm avec une décelération uniforme pour s'arrêter à l'entrée de la mine. Calculez le temps pris par l'ascenseur pour remonter du fonc de la mine à l'entrée.

Réflexion créative;

14 La figure ci-contre représente la courbe (vitesse - temps) Du mouvement de deux voitures X et Y. Trouvez le temps où les deux voitures se rencontrent (Expliquez votre réponse)



Chute libre

2 - 3

Introduction:

Que se passe-t-il lorsqu'une orange tombe d'un arbre?

L'orange se déplace de l'état de repos. Elle atteint une vitesse au cours de sa chute libre sous l'effet de l'attraction terrestre. Une seconde après la chute, sa vitesse, vers le bas, sera de 9,8 m/s et après une autre seconde, elle sera de 19,6 m/s et ainsi de suite...

Remarquer que : la vitesse de l'orange est directement proportionnel un temps.

L'accélération avec laquelle les corps tombent en chute libre (en négligeant la résistance de l'air) est égale à 9.8 m/s² environ et elle varie avec la latitude en dimmiant à l'équateur et en augmentant légèrement lorsqu'on se diage vers les deux pôles.

Lois du mouvement vertical des corps :

Le mouvement vertical suit les mêmes lois que le mouvement horizontal à accélération uniforme avec l'utilisation du symbole (g) qui exprime l'accélération avec laquelle les corps tombent en chute libre au lieu du symbole (a). De cette façon les lois prennent la forme suivante :

$$N = N_0 + g(1), \quad \alpha = N_0 + \frac{1}{2}g(1^2 + N^2 + N_0^2 + 2gd)$$

Où y ; g ; d sont les mesures algébriques des vecteurs vitesse ; accélération ; déplacement.

Pour cela, en appliquant les lois précédentes, il faut prendre en considération v , v_0 , g et d'emme suit .

[1] Si le corps tombe ou s'il est lancé vers la surface de la terre On considère que le sens positif est le sens vertical vers le bas, et par conséquent, v., v_{n., e}g et d'sont positives

Exemple

- 1. Un maçon a fait tomber un morceau de béton d'un haut échafaudage.
 - Quelle est la vitesse du morceau de béton après la moitié d'une seconde?
 - Quelle est la distance parcourue par le morceau de béton pendant ce temps?

- "dis du mouvement vertical.
- Etude du mouvement des corps tambés au projetés vers le bas.
- Etude du mouvement des corps projetés vers e haut.

Volume uires de bai

- · Chute bre
- Accèleration de l'attraction terrestre.

Aldes pedagogiques

Cateu atrice scientifique

Unit 2: Dynam.gue

Solution

Enoncé de la loi : $v = v_0 + g \tau$ **Par substitution :** $v_0 = 0$. g = 9.8 m/s² , $t = \frac{1}{2}$ seconde.

$$v = 0 + 9.8 \times \frac{1}{2} = 4.9 \text{ m/s}$$

Enoncé de la loi : $d = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ l'ar substitution : $v_0 = 0$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $t = \frac{1}{2} \text{ seconde}$

$$d = 0 + \frac{1}{2} * 98 * \frac{1}{4} + 1 \frac{9}{40}$$
 mètres

Essayez de récoudre

(1) Une pomme est tomée d'un arbre. Une seconde après, elle heurte le sol.

 Calculez la vitesse de la pomme au moment où elle hourte le sol pais sa vitesse moyenne pendant ce temp.

b Quelle est la hauteur de la pomme à partir du sol au moment où elle commence à comber ?

[II] Si le corps est lancé verticalement vers le haut :



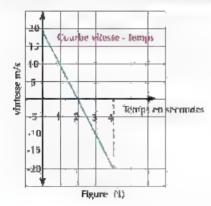
Activité

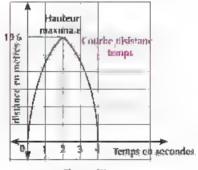
Un balle est lancée vers le haut à une vitesse initiale de 19.6 m/s. En supposant que la direction verticale vers le haut es, le sens positif, la vitesse initiale sera positive alors que l'accelération sera négative. Pour quoi ?

➤ Utiliser le logiciel (Geogebra) pour dessiner la relation (vitesse-temps) oû : v = 19.6 9.8t où t ≤ [0 : 4] Que remarquez-vous?

 Utiliser le même logiciel pour dessiner la relation (distance-temps)







v = 0

douvement de la descente

Sens positif

Mouvement de la montée

Du graphique, on remarque que :

La vitesse du corps est positive pendant la montée et est négative pendan, la descen,e Par exemple: lorsque $t \in [0, 2]$ on remarque que la vitesse v > 0, lorsque $t \in [2, 4]$ on a v < 0



- l'emps pour attende la Le temps de la montée est égal au temps de la descente hauteur maximale = `` l'imensité de la vitesse du corps à lacatelle il revient au poin, Hauteur maximale du lancement est égale à la vitesse du lancement mais de signe 28 contraire.
- Le déplacement du corps pendant un intervalle de temps quelconçue n'est pas nécessairement égal à la distance que le corps a parcourue pendant cet intervalle.

Pense critique :

- 1- Si on lance un corps verticalement vers le hata à une vitesse mitale (v.) qui atteint sa vitesse finale (v) en un teraps (t), trouvez.
 - le temps que met le corps pour attendre une hauteur maximale
 - la hauteur maximale que le corps atteint.

Exemple

2. Un corps est lancé verticalement vers le haut à une vitesse de 49 m/s. Frouvez le temps qu'il met pour arriver à la hauteur maximale et la distance qu'il atteint,

Solution

Soft le sens vesticale vers la hant le sens positife, alors :

$$v=49 \mathrm{m/s}$$
 , $g=49.8 \mathrm{\,m/s^2}$, $v=0$ (à la hauteur maximale)

Pour trouver le temps pris pour atteindre la hauteur maximale :

$$\label{eq:conds} \mathbb{C}[v=v] + g[t] \qquad \qquad \mathbb{C}[0] = 49 - 9.8[t] \qquad \qquad \mathbb{C}[1] = 5 \text{seconds}.$$

b Pour trouver la distance parcourue pour atteindre la hauteur maximale;

∴
$$v^2 = v^{-2} + 2 \text{ gd}$$
 ∴ $0 = (49)^2 + 2 \times 9.8 \times \text{d}$ ∴ $d = 122.5 \text{ metres}$

Réfléchissez :

1- Por vez vous unhiser d'autres lois pour grouver la distance parcourue pour alleméne la hauteur. maximale? Expliquez.

Essayez de résoudre

2 Un corps est lancé verticalement vers le naut à une vitesse de 39,2 m/s. Trouvez le temps pour attemdre la hauteur maximale et cette hauteur.

Exemple

3 Un corps est lancé verticaiement vers le haut à une vitesse de 6 m/s. [rouvez le temps que met le corps pour arriver 330 mètres verticalement au dessous de point de lancoment

Unit 2: Dynamique

Solution 🖎

On considère la direction verticale vets le haut comme sens positif $v_n = 16$ m/s parce qu'il le même sens que ce ui du lancement.

g = - 98 parce qu'elle a un sens contraire à celui de l'attraction terrestre.

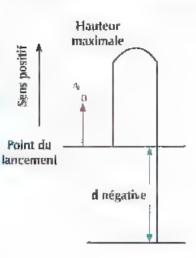
d = - 330 parce qu'elle est verticalement au dessous du point de lancement.

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$-330 = 16t - \frac{1}{3} \times 9.8t^2$$
 en simplifiant $49t^2 - 16t - 330 = 0$

En factorisant le trinôme : (t-10)(49t+330)=0

$$t = 10$$
, $t = \frac{330}{49}$ (réfusé)



Réfléchissez:

1 - Avez-vous d'autres solutions? Expliquez.



(3) Une petite ba le a été lancée verticalement, vers le mait, de la fenêtre d'une maison. On observe qu'elle descend devant la fenêtre 3 secondes apres le moment du lancement. Ensuite elle arrive au, sol 4 seco des après, e moment lancement. Trouvez la nauteur de cette fenètre par rapport au sol



Exercises (2 - 3)



- 1) Un enfant fait tomber une balle d'une fenêtre de hauteur 3 .6 m par rapport au trottoir, Quelle est sa vitesse au moment où elle heurte te trottoir ?
- (2) Un billion es, imphe verticalement vers le has. Quelle est sa v tessé 6 secondes après le début du mouvement ?
- 3) Un corps est tombe verticalement vers le bas d'une hauteur de 490 m du soi. Trouvez
 - Le temps d'arriver au sol.
 - Sa vitesse après 5 secondes du début du mouvement.
- (4) Une balle en caoutchouc est tombée d'une hauteur de 10 mètres, elle heurte le soi et reboudit verticalement vers le haut pour a teindre de 2 1 mêtre de hauteur. Cult alez la vitesse de la balle juste avant et après qu'elle heurte le sol.
- (5) Ln éfève s'entraîne à shonter verticalement vers le haut. Le ballon revient après chaque coup. pour heurter son pied. Le ballon prend 0.3 seconde du moment où fl a été shooté jusqu'au moment où il heurte le gied
 - Trouvez la vitesse in trale
 - La hauteur atteinte par le ballon après avoir été shooté par l'élève

- (6) Un corps est lancé, vert.calement, vers le haut, du haut d'une colline de nauteu. 9,8 mêtres, à une vitesse de 4,9 m/s. Trouvez :
 - 🎐 la vitesse du corps au moment où 1, arrive en bas de la colline
 - b le temps qu'il met pour arriver en bas de la colline.
- 7) Une pierre est jetée, verticalement, vers le bas, dans un puits à une vitesse de 4 m/s. Elle agrive au fond du puits agrès 2 secondes. Trouvez,
 - a la profondeur du puits
 - b la vitesse de la pierre au moment où elle heurte le fond du pints
- (a) D'un point d'une hauteur de 350 m au sol, un corps est lancé, verticalement, vers le haut, à une vîtesse de 14 m/s. Trouvez le temps que met le corps pour arriver au sol.
- (9) Done fenêtre, un ballon a été lance verticalement vers le haut. Il arrive devant la fenêtre 4 secondes après le lancement, et au sol 5 secondes après le lancement. Trouvez:
 - 8 la vitesse du lancement du ballon.
 - b. la hauteur maximale attemte par le ballon à partir du point de lancement.
 - c la hantour de la feriêtre par rapport au sol
- (10) Du somme, d'une tour de hauteur 80,5 mètres, un corps a été lancé verticalement vers le haut à une vitesse de 8.4 m/s. Trouvéz:
 - la hauteur maximale atteinte par le corps à partir du point de lancement.
 - b le temps pris par le corps pendant su descente ji squ'à ce que se vitesse atteigne 11,2 m/s
 - c le temps pris pour arriver au point du lancement.
 - d le temps pris pour arriver au sol,
- (1) Du haut d'une colline de hauteur 140 m, une balle a éte lancée, verticalement, vers le hau. On a trouvé qu'elle a parcouru une distance de 10,5 mètres durant la troisième seconde. Trouvez
 - a la vitesse de lancement de la beile.
 - b la hauteur max male atteinte par la balle.
 - c le temps pris par la balle pour arriver au sol.

Réflexion créative :

12 Un corps est tombé d'une hauteur de 60 mètres du so. Au même noment, un autre corps a été lancé du sol, verticalement, vers le haut à une vuesse de 20 m/s. Les deux corps se sont rencontrés après un certain intervalle de temps. Calculez ce temps puis trouvez la distance parcourue par chaeun des deux corps pendant cet intervalle de temps.

Loi d'attraction universelle



Réfléchissez et discutez

Ou'arrivera t-il au mouvement de la lune si la Terre perd sa force d'attraction sur elle? Certamement, la lune va suivre un autre trajet au lieu du trajet presque circulaire autour de la Terre. Newton s'aperçut que la force qui est responsable de l'attraction de la lune par la Terre, et des planètes par le soleti est un cas particulier de l'attraction universelle entre les corps. Vous ailez découvrir la loi de l'attraction universelle de Newton qu'il a publié dans sa recherche mathématique : les principes mathématiques de la philosophie naturelle où Il elfe : Dans l'univers. tous les corps s'attirent entre eux sous l'effet d'une force directement proportionnelle à leurs masse et inversement proportionnelle au carré de la distance qui sépare leurs centres de gravité. Si (d) est la distance entre deux masses m¹ et m², la force d'attraction entre leurs centres de gravité (F) est donnée par la relation

 $F = G \times \frac{m_1}{2} m_2$ où m_1 et m_2 sout en klogramme et d'en mètre et Gla constante universelle de gravitation.

Définition de la constante universelle de gravitation.

C'est la force entre deux masses de 1 kilogramme chacune dont la distante entre leurs centres de gravité est de 1 mêtre. Elle est, environ, égale 6.67 × 10 - x1 newton - m2 / kg2.

Expression orale:

1- Citer les facteurs dont dépends la force d'attraction entre deux.

Réfléchissez :

- Qu'arrive-t-il à la force d'attraction entre deux corps si la distance entre eux augmente?
- 2- Pourquoi les forces d'attraction physique apparaissent-elles clairement entre les astres ?

Exemple

t Deux balles, dont la masse de la première est de 5,2 kg et la deuxième 0,25 kg, sont placees de sorte que la distance entre leurs centre de gravité est de 50 cm. Calculez la force d'attraction entre elles sachant que la constante universelle de gravitation est égale 6.67×10^{-11} newton . m² kg².

- to) de gravitation universa e da Newton,
- Définition de la constanteum ver-se e de gravitation
- · Comparaison des accéérations pravitationne les surfaces de deux

Vocabulaires de base

- Gravitation universene
- Constante universelle de gravitation
- Force d'attraction

Aidae padago elques

) Calculatince scientifique

m = 5.2 kg . m₃ = 0.25 kg .
$$a = \frac{1}{2}$$
 m . $G = 6.67 \times 10^{-11}$ newton.m² / kg²
F = $\frac{m_1 m_2}{d^2}$.: F = $\frac{5.3 \times 0.75}{1} \times 6.67 \times 10^{-11}$
F = 3.4684 × 10⁻¹⁰ newton (c'est une très petre force)

Essayez de résoudre

1) Sachant que la masse de la Terre est de 6×10^{24} kg, la masse de la lune est de 7×10^{27} kg, la distance entre les deux est 3 × 10° mêtres et que la constante universe, le de gravitation est de 6.67 × 01 Newton,m²/kg² Prouvez a force d'attraction exercée par la Terre sur la June.

Exemple

2 Un satellite de masse mikg gravite à une hauteur de 440 km de la surface de la terre dont la masse est 6 x 10²⁴ kg et le rayon est de 6360 km. Trouvez m à un kilogramme près sachant que la constante universelle de gravitation est de 6.57×10^{-4} Newton m² kg² et que la force d'attraction exercée par la l'erre sur le satellite est de 17310 Newton.

Solution

$$\begin{array}{ll} m_1 = m_1, \ m_2 \ge 6 \times 10^{24}, \ d = (6360 \pm 440) \times 1000 \ m & Par \ substitution \ dans \ la \ sor \ F \ge G \times \frac{m_1 \ m_2}{\sigma^2} \\ 17310 - 6.67 \times 10^{-1} \times \frac{m \times 6 \times 10^{-24}}{(6800 \times 1000)^2} \end{array}$$

* 1 0 x 2 4 > 1



Essayez de résoudre

(2) Un satellité de masse 1500 kg gravité à une hauteur de 540 km de la surface de la terre dont la masse est 6×10^{24} kg et le rayon est de 6360 km. Sachant que la constante universelle de gravitation est de 6,67 × 10 Newton.m² kg², Trouvez la force d'attract.on terrestre sur le satellite en Newton

Exemple Calcul de la masse de la Terre

3 Sachant que le rayon de la Terre est de 6360 km et que $G = 6.67 \times 10^{-6}$ Newton m^2/kg^2 . Calculez la masse de la Terre en kg en supposant qu'un corps de masse 1 kg a été posé sur sa surface.

Solution

La force d'attraction terrestre sur le corps mg (où $m = 1 \text{ kg et g} = 9.8 \text{ m/s}^2$) $F = 1 \times 9.8 = 9.8$ Newton. Le rayon de la Terre -6360×1000 mêtres et $G = 6.67 \times 10^{-1}$. Newton, m $^{2}/\text{kg}^{2}$

Unit 2: Dynamique

En appliquant la loi de la gravitation universelle : $F=G \times \frac{m_{\gamma}}{d^2}$

$$9.8 = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1 \times \text{m de la terre}}{(6.369 - 0.00)^2}$$

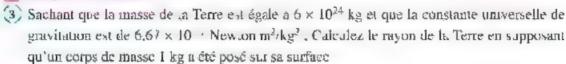
La masse de la Terre (m)
$$+\frac{9.8 \times .6360 \times .9000^2}{6.67 \times 10^{-4}} \approx 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

The House of

La force d'attraction de la terre agissant à un corps de masse = m > 9.8 = 9.8 m

Pensé critique: Est de que la masse de la Terre change dans l'exemple précédent si la masse du corps posé sur sa surface est égale à 1000 kg? Expliquer,

Essayez de résoudre





Détermination de l'accélération terrestre (g)

4 Sachant que la masse de la Terre est égale à 6 x r0²⁴ kg et que son rayon est égal à 6360 km. Calculez l'accélération terrestre en m s² d'un corps de masse 1 kg posé sur la si rface de la Terre



ta force d'attraction terrestre sur le corps = mg
$$\therefore F = 1 \times g$$

. $F = G \times \frac{m_1}{a^2} \cdot m_2 \cdot \dots \cdot g = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1 \times 6 \times 10^{-14}}{6360 \times 10000^2}$

done
$$F = g$$

 $g \sim 9.89379 \text{ m} \cdot \text{sec}^2$

🔲 Essayez de résoudre

(4) Dans "exemple précédant oa culez l'accelération terrestre en m/s2 d'un corps de masse 100 kg posé sur la surface de la Terre. Que remarquez-vous ?



Activité

Comparaison des accélérations gravitationnelles sur les surfaces de deux planètes :

Où g et g_2 sont les deux accélérations gravitationnelles sur les surfaces de deux planètes : m et m, sont leurs masses en kilogrammes et r_1 et r_2 sont leurs rayons en mêtres respectivement

De ce qui précède, on peut déduire la relation suivante :

$$\frac{E_1}{S_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{r_1^2}{r^2}$$

Exemple

Si la masse de la Terre est 81 fois celle de la lane, leurs chametres. 12756 km et 3476 km respectivement et l'accéleration terrestre est de 9.8 m. s², quelle-est l'accéleration d'attraction sur la surface de la Jone?

Solution

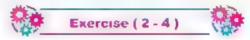
On sappose que la masse de la lune m kg, alors la masse de la Terre + 81 m kg $r_1 = 6378 \text{ km}$, $r_2 = 1738 \text{ km}$, $g_3 = 9.8 \text{ m} / \sec^2$, $g_3 = 5$

En simplifiant:

 \therefore g de la lune ≈ 1.63 m / s²

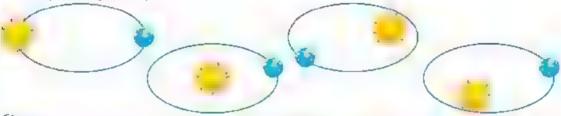
Essayez de résoudre

5. Si on sait que la masse de la Terre est 5.97 \times 10¹⁴ kg et son rayon est 6,34 \times 10° m. .a masse de la lune est 7.37×10^{22} kg et son rayon est 1.74×10^6 m. Trouvez le rapport entre l'attraction sur la surface de la lune et la surface de la l'erre.



Attention: On considere la constante universelle de gravitation de Newton G = 6.67 × .01 Newton.m².kg²

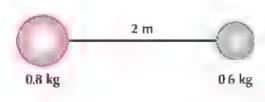
- 1) Qu'arrivé , il à ton poids a mesure que tu t éloignes de la surface de la Terre /
- Pourquoi l'attraction n'apparaît elle pas entre les corps que nous voyons quotidiennement?
- 3) Qu'arrive et il à la forçe de la gravitation universelle si un double la distance entre dei x masses ?
- (4) La quelle des orbites illustrées dans les ligures suivantes représente une orbite possible pour une planète quelconque:



- (5) Choix multiples: Une planète a deux satellites à masses égales. Le premier satellite est dans une orbite circulaire dont le rayon est r. le deuxième est dans une orbite dont le rayon est 2 r. La force d'attraction exercée par la planète sur le deuxième satel·lité est :
 - Quatre fois plus grande que la force agissante sur le premier satellite.
 - b Deux fois plus grande que la force agissante sur le premier satellite
 - Égale à la force agissante sur le premier sate lite.
 - d La moitié de la force agissante sur le premier satellite.
 - Un quart de la force agissante sur le prenuer satellite.

6 Dans la figure ci-contre :

Si la distance entre les centres des deux balles est 2 m. la masse de l'une d'elles 0.8 kg et celle de l'autre 0.6 kg , 2m 0.8 kg 0.6 kg quelle est la force d'attraction entre les deux balles?



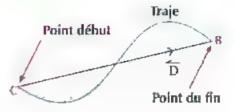
Unit 2: Dynamique

- (7) Deux balles se ressemblent, leurs masses est 6,8 kg chacune et la distance entre leurs centre est 21,8 cm. Quelle est la force d'attraction entre elles.
- (8) Calculez la force d'attraction entre deux corps dont les masses sont 10 et 15 kg et la distance qui les sépare est 2 mètres.
- (9) Un satellite de masse 2000 kg gravite à une hauteur de 330 km de la sarface de la Terre dont la masse est 6 × 10²⁴ kg. Trouvez la force d'attraction de la Terre agissant sur le satellite sachant que le rayon de la Terre est 6360 km.
- (ii) Si l'accélération terrestre (g) est 10 m s² et le rayon est égal à 6.36 x 10⁶ m, calculez la masse de la Terre.
- (1) Calculez la force d'attraction entre la soleil et la Terre sachant cue la Terre tourne dans une orbite presque circulaire autour du soleil, que sa masse est égale à 6×10^{24} kg , que la masse du soleil est égale à 9×10^{29} kg et que la distance qui les sépare est 1.5×10^{24} kg.
- (2) Sachant que la masse e la Terre est égale à 5.97×10^{24} kg , son rayon est égal à 6.36×10^6 m et que la masse de la lune est égale à 7.37×10^{22} kg . Trouvez le rayon de la lune si l'attraction terrestre est six fois celle sur la surface de la lune
- (3) Sachant que la masse de la terre est 6.06×10^{24} kg et son rayon 6.36×10^6 m. Trouvez la force de la gravitation terrestre.
- 14 Lue planète à une masse égale trois fois la masse de la Terre et son diamètre est trois fois cesui de la Terre. Calculez le rapport entre l'accélérat on d'attraction sur cette planète et sur la surface de la Terre.
- (5) Trouvez la force de gravitation universelle entre deux planètes, la masse de la première est 2×10^{21} tonnes, la masse de la deuxième est 4×10^{25} tonnes et la distance entre les deux est 2×10^6 km
- 16 On a placé une sphère en fer a une distance de 50 cm d'une autre sphère en nickel dont la masse est 25 kg. La force d'attraction entre les deux est de 6 × 10 x. Trouvez la masse de la sphère en ter,
- 17 Un corps de masse m' kg à une hauteur de h mêtres de la surface de la Terre de rayon R et de masse est m kg. Trouvez la force d'attraction de la Terre agassant sur le corps
- (ii) Le pois d'un satellite sur la terre est 421997.6 Newton, trouve son pois quand il se trouve dans une orbite exterieure à une hauteur de 350 km de la surface de la Terre dont le rayon est égal à 6,37 × 103 km et de masse 5,6 × 10²° kg. (La force en Newton = la masse en kg × l'accelération terrestre (g) est 9.8 m/s².)

Résumé de l'unité

Vocreur déplacement

C'est le vec eur représenté par le segment onenté AB dont le point de départ est (A) et le point d'arrivée est (B) Le vecteur déplacement AB est noté par le symbole D, la norme de ce vecteur est notée LAB II



Vecteur position

C'est le vecteur dont le point d'origine est la position de l'observateur (O) et le point d'extrémité est la position du corps observé. Il est noté par le symbole

Relation outre le vetteur position et le vecteur déplocement :

Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse d'une particule est le vecteur dont l'intens, té est égale à la valeur de la vitesse et dont la direction est celle de la direction de la vitesse.

Mouvement uniforme

C'est le cas où la norme et le sens du vecteur vitesse sont constants. C'est-à-dire que le corps se déplace dans une direction fixe ou il parcourt des distances égales en des intervalles de temps égaux. Dans ce cas, la relation entre les mesures algébriques des deux vecteurs \overline{d} et $\overline{\sqrt{d}}$ dans le mouve nent uniforme est $\overline{d} = \sqrt{t}$.

Vecteur viresse mayenne

S. une particule se deplace et se trouve à deux instants du temps to et t, dans les positions A et B respectivement, et si D est le vecteur de déplacement durant l'intervalle de temps (t₂ = t) alors est appelé le vecteur vitesse moyenne de cette part cule durant cet intervalle de temps. On a :

$$\overline{v_A} = \frac{\overline{r_2}}{t_2} \frac{\overline{r}}{r} = \frac{\overline{d}}{t_2 - t_1}$$

Unit 2: Dynamique

Viresse insuntanée :

Si une particule se déplace à une vitesse variable à travers la courbe distance temps, alors la pente de la tangente à la courbe, en un point quelconque, a un instant doni é, est appelée vitesse instantanée

Vitesse relative :

La vitesse relative d'une particule (A) par rapport à une autre particule (B) est la vitesse à laquelle, il semble à la particule (B) que la particule (A) se déplace si on considère que la particule (B) est à l'état du repos. Si on considère que v_a et v_b sont les vecteurs vitesse des deux particules (A) et (B) et que la vitesse relative de (B) par rapport à (A) est $v_{B,\Delta}$, alors

Mouvement rectiligne à accélération uniforme :

C'est le mouvement où la vitesse vane en fonction du temps. Cette variation est appelee l'accélération et elle a pour unité de mesure m. s...

Mouvement uniformement varié :

On dit que le mouvement d'une partieule est un mouvement uniformément varié ou il est muni d'accé ération uniforme so le vecteur accélérat on est constant en norme et sens en tout temps. Une particule se deplace en igne droite a une vitesse initiale (v_0) et à une accélérat on constante(a). Si sa vitesse devient (v) après un intervalle du temps (t) et si la distance parcourte durant cet intervalle est (d), alors :

> Le relation entre la vitesse et le temps: $v = v_0 + a t$ > Le relation entre la distance et le temps: $d = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ > Relation entre la vitesse et la distance : $v^2 = v_0^2 - 2$ ad

On remarque que ses felations relient quatre incommues et qu'on peut Trouvez l'une d'elles en connaissant les trois autres.

- L'aire sous la courbe vitesse-temps est égale au déplacement du corps qui se déplace
- La vitesse moyenne d'une partir ale durant un intervalle de temps donné est égale à sa vitesse instantanée au centre de cet intervalle.

Loi du mouvement vertical des corps;

Le mouvement vertical sui, les mêmes lots que le mouvement honzontal à acceleration uniforme ave l'ut lisation du symbole (1) qui exprime l'accélération avec l'aquelle les corps tombent en chute hore au heu du symbole (1). De cette l'açon, les lors prement la forme suivante

$$v = v_0$$
 gt, $d = v_0 + \frac{1}{2}g + \frac{1}{2} \cdot v^2 = \sqrt{2} + 2gd$

Si on lance un corps verticalement vers le haut sous l'effet de l'attraction terrestre et qu'il révienne au point du lancement alors :

- ➤ La vitesse du corps durant la montée est positive et durain la descente est negative
- La vitesse du corps à l'instant où il atteint la hanteur max, male est égale à zéro.
- Le temps de la montée est égal au temps de la descente.
- L'intensité de la vitesse à l'instant où il revien, au point de lancemen, est égale à l'intensité de la vitesse de lancement mais de signe contraîres.
- Le déplacement d'un corps thrant un de lais du temps donnée n'est pas torcement égal à la distance parcourue par le corps durant ce delais.

Loi de gravitation universelle

Si la distance (d) entre deux masses m_1 et m_2 , a force d'attraction entre elles (F) est donnée par la relation $F=G\times \frac{m_1}{d^2}$ où m_1 et m_2 sont en subgrandme et d en mêtres.

Constant aniverselle de gravitation:

C'est la force d'attraction aglissant entre deux masses d'intensités 1 kilogrammes chacune et de distance, entre leurs contres égale à un mêtre. Elle est égale à environ 6.67 × 0.11 Newtonim²/kg²



Exercíces généraux



Complétez ce qui suit :

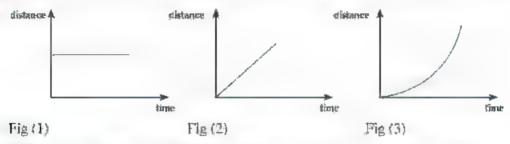
- (1) Si $\vec{v}_A = 7$ 1 , $\vec{v}_B = -3$ \vec{x} alors $\vec{v}_{AB} =$
- (2) Si $v_{CD} = 70$ e , $v_{c} = 50$ e afors $v_{c} = 10$
- (3) Si deux voitures A e i B se déplacent aux vitesses 65 km/h et 75 km/h, alors
 - v_{AB} · ____ si les deux voitures roulent dans le même sens.
 - $|\mathbf{b}||_{\mathbf{v}_{AB}} = \sin \log \operatorname{deux}$ si les deux volumes roulent dans deux sens contraîres.
- (4) une volture se déplace à partir du repos avec une accélération uniforme de 20 uni s² curan 1,0 secondes.

 - La distance parcourue durant cet întervalle de temps m.
- (5) Un corps se meut à une vitesse de 72 km/h avec une accélération de 2 m/s²
 - Le temps que prend le corps jusqu'à ce qu'il s'arrête = sec
 - b La distance parcourae durant cet intervalle de temps 🚊 🛴 m
- (6) Une volure a fremé pour s'arrêter en 10 secondes après avon parcoura 25 mètres.
 - 2 L'accélération pendant l'utilisation du frein = _____ m/s².
 - b La vuesse de la voiture au début de l'utilisation de frein = m's.
- (7) Un corps est tombé verticalement du somntet d'une tour. Il est acrivé au soi après 5 secondes:
 - La vitesse du corps au moment de son arrivée sur le sol = m/s.
 - b La hauteur de la tour = mètres.
- (8) D'un point du sol, un corps est projeté, verticalement, vers le haut, revient au même point après 4secondes
 - La v'tesse du lancement du corps = m/s.
 - b La hauteur maximale atteinte par le corps mêtres
- (9) Du sommet d'une tour ce 20 mètres, on a lancé un corps vers le baut à une vitesse de 7 m/s.
 - a La vitesse de l'arrivée au sol . . . m/s
 - b Le temps de l'arrivée au sol _____ secondes.
- (i) Si une planete a une masse égale à trois fois la masse de la Terre et son diamètre est égal à trois fois celu, de la Terre, alors la tapport entre l'accélération gravitationnelle de la planète l'accélérations terrestre est égal à:
- (1) Un corps se déplace, en ligne droite, une distance de 100 m à une vitesse de 5 m/s puis à une vitesse de 8 m/s dans le même sen pendant 10 secondes. Trouvez la vitesse moyenne durant le déplacement total.

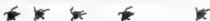
- (12) Deux corps A et B se déplacent en Lgne droite dans le sens B Å aux vitesses 1000 m/min et 120 km/h. Si la distance entre les deux corps est 30 km, trouvez quand et où ils se rencontrent.
- (1) Une voiture (A) se déplace sur une route droite, en mesurant la vitesse relative d'une voiture (B) venant en sens contraire, elle a trouvé 130 km/h. Quand la voiture (A) a doublé sa vitesse et a refait la mesure, elle a trouvé que la vitesse de la voiture (B) est 180 km/h. Trouvez la vitesse réelle de enacune des deux voitures
- (4) Sur l'autoroute, une voiture radar roulan, à 30 km/h, surveille un camion venant dans le sens contraire. Il lui a semblé qu'il roule à 110 km/h. Trouvez la vitesse récille du camion
- (5) Un corps se meut en ligne droite à une vitesse de 7m/s et une accélération uniforme de 4 m/s². Trouvez sa vitesse et la distance qu'il parcourt en 6 secondes
- 16 Du repos, un corps a commencé son mouvement en ligne droite avec une accérération uniforme de 20 km/s2. Lorsque sa vitesse a atteint 8 m/s, il s'est déplacé avec une décélération uniforme jusqu'au repos après 112 secondes du début du mouvement. Calculez la décélération et la distance totale.
- Du repos, un corps s'est déplacé et a parcouru 150 m. Lorsque sa vitesse a atteint 54 km/h, l'accélération s'arrête et il continue avec la vitesse atteinte une distance de 300 metres puis il se déplace avec une décélération uniforme de ³/₂ m/s³ jusqu'au repos. Calculez la vitesse moyenne durant tout le trajet
- (18) Un corps se déplaçant en ligne droite avec une accélération uniforme a parcouru 52 mètres les quatre premières annutes puis une distance de 92 mètres les quatre minutes suivantes. Calculez l'accélération, la vitesse initiale et la distance parcourue pendant les 10 premières minutes du mouvement.
- (19) Si τ est le vecteur position d'une particule se déplaçant survant une ligne droite à partir d'un point O selon la relation $\tau = (3t^2 3) \tau$, trouvez le vecteur déplacement 4 secondes après le début du mouvement.
- 20 En tombant d'une hauteu, h sur le sot, un corps a parconru dans la dernière seconde de son mouvement 34.3 mètres. Trouvez.
 - La vitesse de l'arrivée du corps sur le sol
 - b La hauteur de laquelle il est tombé.
- 21 Un corps est lancé, verticalement vers le haut, à une vitesse de 14 m/s, d'une hauteur de 359 mêtres du sol. Trouvez
 - Le temps pris par le corps pour arriver au sol
 - b La distance totale parcourue par le corps jusqu'à son arrivée au sol.
- 22) On a posé une sphère en fer à 40 cm d'une autre sphère en nickel, dont la masse est 50 kg La force d'attraction entre elles est 12 × 10 % Newton. Quelle est la masse de la sphère en fer sagnant que la constante universelle de gravitation est égaic à 6,67 × 10° ¹¹ Newton.m²/kg²

- (1) Deux forces d'intensités 8 et 16 Newton agissent en un point matériel. Trouvez:
 - L'intensité de la plus grande résultante entre elles.
 - b l'intensité de la plus petite résultante entre elles.
 - C. L'interisité et la direction de leur résultante lorsque l'angle des lignes d'action des deux forces mesure 120°.
- (2) Les forces d'intensités 12 , 5√2 , 2√2 et 8 g p agissent en un point matériel dans les directions Est., Nord-ouest, Sud-ouest et Sud respectivement. Trouvez l'intensité et la direction des résultantes de ces forces.
- (3) Un corps de poids (p) Newton est attache par deux fils faisant deux angles de mesure θ° et 30° avec la verticale. Le corps est en equilibre quand la tension dans le 1ère fil est 12 N et dans le 2ème fil est 12√3. N. Trouyez θ et p.
- (4) Un corps de pouls 90 kg.p est posé sur un plan inclué sur l'horizontale d'un angle de 30° le corps est en équilibre à l'ide d'une force qu' fait avec le plan un angle de 30° vers le haut. Trouvez l'intensité de la force et la réaction normale.
- (5) Une barre homogène AB de poids 4 kg p est attachée par son extrémité (A la une charatère lixée sur un mar vertical. Une lorce horizontale agit sur son extrémité (B pour le garder en équilibre. Si l'angle d'inclinaison de la barre avec le mar mesare 45°. Trouvez l'intensité de la force et la réaction de la charatère
- (6) AUne voiture de police (A) se déplaçant sur une route droite à une vitesse de 25 km/h a vuine autre voiture (B) roulant sur la même route à une vitesse de 75 km/l. Trouvez la vitesse de la voiture (B) par rapport à la voiture (A) lorsque:
 - les deux voitures roulent dans le même sens
 - b la volture (B) roule dans le seus contraire de la voiture (A).
- ① Un corps de meut en ligne droite avez une accélération uniforme d'intensité 5 km s² dans le même sens que sa vitesse initiale dont l'intensité est de 40 cm/s. Trouvez :
 - L'intensité de la vitesse du corps et de son déplacement 24 secondes après le début du mouvement.
 - b L'integsité de la vitesse du corps après avoir parcouru une distance de 56 mètres du départ.
- (8) Une voiture se déplace sur une route droite avec une décélération uniforme de 14 cm s². Elle s'est arrêtée après 20 secondes du moment de départ, Trouvez :
 - a sa vitesse initiale.
 - b la distance qu'elle a parçourue en la moitié d'une minute.
 - la distance qu'elle a parcouru jusqu'au repos.

- (9) 10Un corps est tombé, verticulement, vers le bas, d'une hauteur quelconque, vers un soi mou et il s'est enfonce d'une distance de 13 cm ayant le repos. Si le corps se dép ace dans la terre avec une décélération uniforme de 63 m/s', de quelle hauteur le corps est u tombé 9
- (i) Un corps est lancé du sommet d'une tour verticalement vers le naut a une vitesse de 24,5 m/s. Il arrive au sol après 8 secondes. Trouvez:
 - a la hauteur de la tour
 - b La hauteur maximale atteinte par le corps à partir du sol.
 - La distance parcourge par le corps pendant ce temps.
- 12 La quelle des figures suivantes représente le mouvement par une vitesse uniforme :



12 Les gouts de l'hu le se coulent d'une vorture en mouvement, comme dans la figure

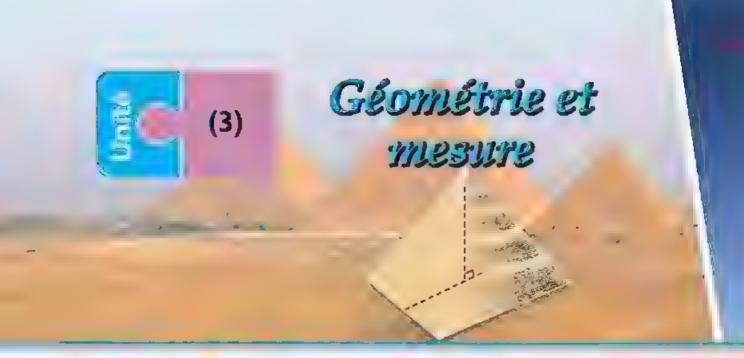


En onservant Les gouts de l'huile, alors la voiture se déplace par :

- 1 Une vitesse uniforme. 2 accélération positive.
- 3 accélération négative. 4 accélération négative puis une vitesse uniforme

Si vous ne pouvez pas répondre à une de ces questions, vous pouvez utiliser le tab eau ci - dessous:

100	one tropondro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Voie	80	16	26	34	37	37	60	66	70	76	77	56	66





La géomètrie a débuté à san origine par le côté pratique. Les Pharaons, l'out atilisée pour déterm neu les superficies des terrains, construire les pyramides et les temples. Its ont trouve les superficies et les volumes de quelques solides. Lorsque Thalès (640-546 av IC) à visité Alexandrie, d'a unité les ruéthodes employées par les pharaons pour mesurer la terre et il léar a donné le nom de géomètrie can vient du grèc « geo » qui veut dire la lerre et « metron » qui veut dire nassure. Il s'est autéressé à l'étude de la géomètrie en lant que expression explicate abstrate démontrable.

La géante rie s'estreve loppe e avet les Graes (Thares, Pythogure, Euclide) avet l'apparation et ne serie de informats bases sur des axiomes et des définations hes dans n'il système tog que prer s'enté par Furd de dans soil ou vrage les fit ements de mathématiques, en traixe livres. Alexandrie présentant le un natet de in commissar ce pasqu'à l'arrivée des Arabes qui ont conservé ce patrimonie on le traduisant un mabe, un rajoutant des ajouts importants et l'out rapporté en Europe au XII ème sfècle.

Au XVIeme siècle, in renaissance des mathématiques à débuté avec de nouvelles sciences. Descartes (1596 - 1600) à fonde les bases de la geométrie analytique. la presentation les equations par des figures graphiques et geométriques ainsi que l'expressance est figures par des écuations. La deduit l'acuntion du cert de $+2 + y^2 = r^2$. Euler a trouve la relation entre le nombre des côtes, des sommets et des arbites d'un sol de à base polygone qui est. Le nombre de faces + Le nombre de sommets + Le nombre d'arôtes + 2



tences attendues de l'unité

Après l'etude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de :

- savoir définir le goint . la dyorte et le pien dans l'espace.
- Identifier que ques so ides la pyramide, la pyramide regul cre, la pyramide dro te, le côn e le côn e dront et connaître les propriétés de chacun.
- Déduire l'aire latérale et l'aire totale de la pyramide droite et du côte droit.
- Deduire le volume de la pyramide dreate et du cône droit.
- Déterminar l'équation du sercle an fonction des

- mondonnées de son centre et de la longueur de son rayon.
- Deduire la forme genérale de l'equation du cerc e-
- Déterminer les coordonnées du centre du cercle et la fongueur de son rayon en connaiss ant de l'équation générale de serole.
- Appliquer de qu'il à appris en génmétrie et mesure dans la medélisation de succions en rapport avec les atathématiques et la vie quotidisane.



Vocabulaires de base

- e point
- ia droite
- e plan
- 'espace e sommet
- a hase
- axe e cordie
- e centre

- le rayon.
- le diamètre la pyramide
- lê cáne
- la face latérale
- Carête atéraje
- Phauteur
- l'hauteur atérale
- la pyramide régulére

- la pyramide droite
- patron d'une pyramide
- je cône circulaire droft
- l'aire laterate
- are totale
 - (l'a re de la surface)



instruments géometriques

Calculatrice: scientifique

: Logiciels de graph sme



Leçons de l'unité

Legot. (5-1) dirone et plan.

Leçon (3-2) Pyramide et Cône.

l eçon (3-3). Aire latérale et ape totale d'une pyramide et d'un cône.

Leçon (3.4): Voltane d'une pyramide et d'un cône Leçon (3-5). Equation du serdie.



Droites et plans

Figures à trois dimensions (Solides)

Volume

Cerde

Notions et Axiomes

Pyramide

Cône

Aire totale

Secteur circulaire

Polygones

Droites et Plans dans l'espace

Relation entre days droites

Relation entre une droité ét un plan

Relation entre deux plans

👢 Equation du cercle

Applications de la vie quotidienne

Figures à deux

dimensions

3 - 1

Droites et plans dans l'espace



Réfléchissez et discutez

Vous avez déjà étudié des notions mathématiques du point, de la droite et du plan. Alors pouvez vous répondre aux questions suivantes :

- > Par quoi pouvez-vous représenter votre ville sur la carte de l'Egypte ?
- Combien de ponts faut-il dessiner nour tracer une droite?
- > Pour vous, que représente :
- le sol de la classe, la surface de la table et la surface du mur?
- la surface d'un hallon, le dôme d'une mosquée et la surface de la bouteille de gaz ?

Veralizătire de birie

Notions et axiomes géo.

Relation entre deux

droites dans l'espace

Use droite et un plan

· Relatives de deux plans

métriques

Relation entre

Dans l'espace
 Différents positions

- · Le point
- La droite
- Le plan
- L'espace

1

Activité

Tracez deux points différents. A et B sur une feuille de papier cartonné. Utilisez une règle pour relier les deux points A et B et prolonge la droite. Essayez de tracer une autre droite passant par les deux points.

Pouvez-vous tracer une autre droite 1

Qu'est ce que vous déduisez de cette activité ?



Activité

Tracez trois points non alignés A, B et C, comme indiquar la figure cl-contre Posez un côté d'un papier cartonné à la forme d'un rectangle



sur la droite AB pliez le papier autour de la droite AB jusque à ce que le papier passe par le point C.

Combien de position dans laquelle le point C coîncide au plan du papier pendant un tour complét du papier

Aides pedagogiques

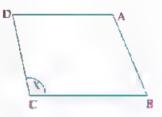
- r Calculatrice scientifique
- Logiciels de graphisme
- Instruments géométriques

Axiomes Géométriques:

- Une droite est bien déterminée par deux points distincts.
- Un plan est bien déterminée par l'un des cas saivants.



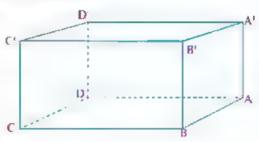
Par un port de l'espace passe une infinité des plans.



L'espace; un espace est un ensemble infini de points et ... contient touts les figures, les plans, les solides qu'on étudie.

Example

- 1) Observez la figure ci contre et réponds aux questions suivantes.
 - Déterminez trois droites passant par le point A.
 - b Déterminez les droites passant par A et B à la fois.
 - e Déterminez trois plans passants par A
 - Déterminez trois plans passant par A et B à la fois,



Solution

- a AB AA AD
- C ABB, ABC, ADD

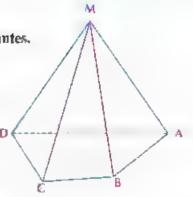
- AB
- # ABB, ABC, ABC'D

🔝 Essayez de résoudre

(†) Observez la figure ci-contre et répondez aux questions suivantes.

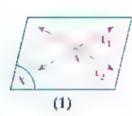
Combien de droites dans cette figure? Determinez les croites passant par le point A?.

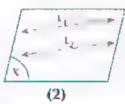
Combien de plans dans gette figure? Déterminez trois plans passant par le points A?.

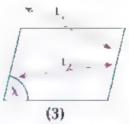


Relation entre deux droites dans l'espace :

Observez les figures suivantes, puis complétez :





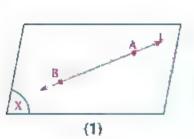


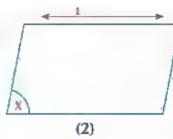
2- Deux droites parallèles , qui sont încluses dans un même en commun

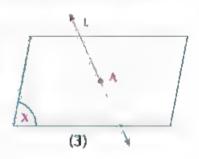
et elles n'ont

3 - Deux droues non-cop anaires : qui ne peuvent pas être incluses

Pensé critique: Les deux droites non-coplanaires ne sont ni parallèles ni sécantes. Expliquez. Relation entre une droite et un plan dans l'espace. Observez les figures suivantes, puis complétez.







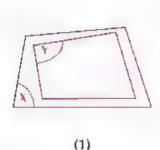
La droite est paralle e au plan dans la figure

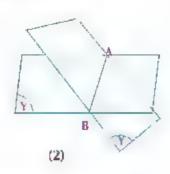
La dreite coupe le plan dans la figure.

> La droite est incluse dans le plan dans la figure

Positions relatives de deux plans

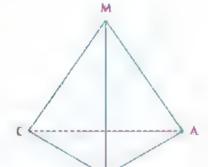
Observez les figures suivantes, puis complétez :







- Les deux plans sont para lèles dans la figure
- Les deux plans sont confondus dans la figure
- Les deux plais sont sécants dans la figure



Exemple

2 Observez les figures suivantes, puis complétez:

- Le plan MAB ∩ le plan MBC = _____
- b Le plan MBC ∩ le plan ABC -
- © MB∩le plan ABC =
- d MCDAB -
- Le plan MAB ∩ le plan MBC ∩ le plan MAC =

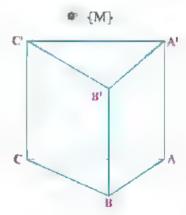
O Solution

- a MB
- b BC
- n**ė** {B}}
- d o (car elles sont deux droites non-cop anaires)

Essayer de résoudre :

(2) Observez la figure suivante, puis complétez :

- a Le plan ABB'A' \(\cappa\) le plan BCC'B =
- b · Le plan ABC ∩ le plan AB C' =
- C' AC O AC =
- d BB (The plan ABC =





Complétez:

- La droité L /l au plan X alors L ∩ X =
- Si la groite L ⊆ le plan X alors L, ∩ X =
- 3 Si la droite L, // la droite L, alors L, il L, =
- (4) Si X : Y sont deux plans tel que; X ∩ Y p alors X ____ . Y.
- 5 Les deux non coplanaires ne sont ni ni

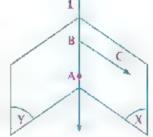
6 Citez le nombre de plans qui passent par :

Un point donné.

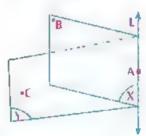
b Deux points distillets.

c Trois points alignés.

- d Trois points non alignés.
- Quatre points non-coplanaires
- (2) Observez a figure ci-contre, puis complétez en utilisant (e, e, c, c)
 - a L .. . X
- b A >
- C Y
- ø BC Y

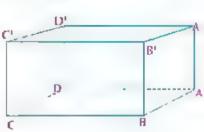


- (8) Dans la figure en-contre . X . Y sont deux plans sécants en L , $A \in L$, $B \in X$, $B \notin Y$, $C \in Y$, $C \notin X$. Complétez :
 - Le plan X ∩ le plan ABC ⇒
 - b Lepan Y ∩ leplan ABC =
 - c Le plan X ∩ le plan Y ∩ le plan ABC =



9 Observez la figure ci - contre, puis complétez:

- 🏮 Le p an ABCD // an plan
- b Le plan BCCB* // au plan
- € Le plan ABB A' ∩ Le plan ABCD
- d Le plan ABB A' ∩ Le plan DCC'D'= ...
- Le plan DCC'D' ∩ Le p.an ABCD ↑ Le plan
 ADD A



- Mettez le signé (✓) devant la phrase juste et le s gne (✗) devant la phrase fausse Soient L. , L., deux droites et X,Y deux plans:
 - **8** Si L \cap L \neq ϕ alors L # L $_2$ ou L $_1$. L $_2$ sont non coplanaires
 - b Si $L_1 \cap X = \phi$ alors $L_1 \cap X$
- $\text{ is } \operatorname{SiL}_2 \cap X L_2 \text{ alors } \operatorname{L}_2 \subseteq X$
- ϕ Si L, ϕ Y alors L, \cap Y = ϕ
- Si $X \cap Y = \phi$ alors $X \neq Y$
- f SIX Y alors X et Y sont confondus.

Choisissez la bonne réponse :

- 1) Quatre points non cop.anaires :
 - a déterminent deux plans.
- b détermment trois plans.
- e déterminent quatre plans.
- 🦸 ne détermment pas un plan
- (2) Si deux plans om deux points A et B en commun, alors ils :
 - sent confondus

- b sont sécants en A B
- sont sécants en une droite parallèle à AB
- d ont un troisième n'appartient point en commun qui n'appartient pas à AB
- (3) AB est parallèle au plan X si
 - AB AB AX-φ

- . A et B sont situés de part et d'autre de X
- c A et B ne sont pas équidistante de X
- d AB ∩X=¢
- (4) Les drontes L_1 et L_2 sont parallèles se
 - a $L_1 \cap L_2 = \phi$

- 🏚 L, et L, sont inclus dans un même plan
- **E** $L_1 \cap L_2 = \phi$, L_1 , L_2 sont inclus thans on même plan.
- **đ** $L_1 \cap L_2 = \phi$, L_1 . L_2 sont pas melas dans un même plan.
- (15) Deux drintes sont non coplanaires s'elles
 - a ne sont pas paralièles

- ne sont pas confondues
- 👣 ne sont pas inclus dans un même plan.
- d. sont inclus dans un même plan.

Réflexion créative:

(6) Montrez par un dessin que: si trois plans se coupent deux à deux, alors leuss droites d'intersection sont parallèles ou sont concourantes.

3 - 2

- Propriétés de quelques sol de
- (pyramide pyramide régulière
- pyramide droite cône cône droit).
- Motion du patron d'un soi de et déduction des propriètés d'un solide à partir de son patron.
- Modélisation et résolution de problèmes matitematiques et de là vie quotidienne en utilisant les propriétés de la pyramide et du côses.

Vocabulaites de house

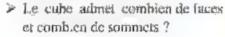
- Pyramide
- · Cône
- Face latérale
- Arête latérair
- Hauteur
- · Hauteur latérale
- Pyramide régulière
- Dyramide droite
- Patron
- r Cône dichare

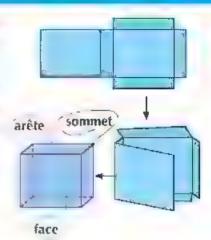
Aides pédagogiques

- hstrument le géométriques
- Calculatrice scientifique
- Logicies de goaphisme

Pyramide et cône

Plusieurs sortes de hoîtes sont fabriquées par le pliage de pap er cartonné pour former des figures à trois dimensions qu'on utilise pour emballer les produits des usines avant de les commercialiser. Ces figures à trois dimensions occupent une place de l'espace comme le cube, le parallélépipede rectangle etc.



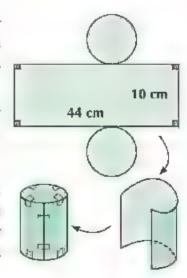


- Le parallélépipède rectangle admet combien d'arêtes "
- Les faces d'un cabe sont-elles toutes superposables? Expliquez votre réponse.

La figure qu'on peut plier pour former un soulde est appelée le patron du solide à partir duquel, un peut déduire les propriétés du sonde

La figure ci-contre montre le patron d'un cylindre droit. On remarque que:

- 1 les deux bases du cylindre sont deux cercles superposables
- 2 la surface latérale du cylindre avant son pliage le plier est un rectang,e de dimensions 44 cm et 10 cm et par conséquent, la nanteur du cylindre est .0 cm.



Quel est la longueur du rayon de la base du cylindre ?

Reffichissez;

Peut-on connaître le nom du solide qu'on peut former en pliant le patron ej-contre ? Peut-on tracer plus qu'un patron pour un même solide ? Expliquez votre réponse,



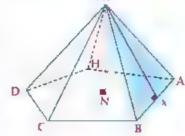
Pyramide:

C[†]est un solide qui a pour base un polygone quelconque et pour faces latérales des triangles ayant un sommet commun. La pyramide peut être à base triangulaire ou quadrilatère ou pentagonale etc. selon le nombre de côtés de sa base.

Remarquez que: dans la figure ci-contre, MABCDE est une pyramide pentagonate de sommet M. Sa base est le polygone ABCDE. Ses faces laterales sont les triangles MAB, MBC, MCD, MDH, MHA. Ses arêtes latérales sont MA. MB, MC, MD, MH.

La hauteur de la pyramide MN est la distance de son sommet au plan de sa base.

La hauteur latérale de la pyramide MX est la distance de son sommet à un eôté de sa base.



Demoker

Pyramide régulière

C'est une pyramide de base est un polygone régulier dont le centre est le pied de la hauteur abaissée du sommet de la pyramide sur cette base.

Propriétés d'une pyramide régulière

- 1 Les arêtes latérales sont de même longueur.
- 2 Les faces latérales sunt des triangles isocèles superposables.
- 3 Les hauteurs latérales sont de mêmes longueurs.





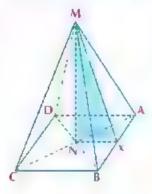
En polygone régulier est un polygone dont les côtés sont de même longueur, les angles sont de même mesure et dont le centre est ectui du cercle mecrit ou du cercle circonscrit au polygone.

Remarques importantes:

La perpendiculaire abaissée du sommet d'une pyramide au plan de sa base est perpendiculaire à toute droite de cette base.

Dans la figure ci-contre, si MN est perpendiculaire au plan de la base, alors MN 1 AC. MN 1 BD, MN 1 NX

. Dans ce cas, le triangle MXN est rectangle en N





Example

1 MABCD est une pyramide régulière à base quadrilatère dont la longueur des a base ut 10 cm et de hauteur 12 cm. Calculer sa hauteur.



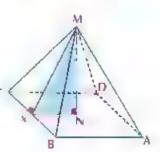
- : La pyramide est régulière
- .*. MN _ est au plan ABCD

 ou N'est le point d'intersection des diagonales du carré ABCD

 et MN = 12 cm.

Si X est le milieu de BC ... MX _ BC (Pourquoi?)

Alors, MX est la hauteur latérale



Unité 3. Géométrie et mesure

Dans A DBC. N'est le milieu de DB , et X est le m lieu de MA

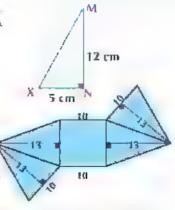
:. NX =
$$\frac{1}{2}$$
 DC = $\frac{1}{2} \approx 10 - 5$ cm

- 😯 MN 🗓 plan ABCD
- ∴ △ MNX est rectangle en N

$$(MX)^2 = (MN)^2 + (NX)^2 - (12)^2 + (5)^2 - 169$$

... La hautear latérale de la pyramide = 13 cm.

La figure ci-coatre illustre l'un des pation de la pyramide MABCD.



Essayez de résoutre

1) MABCD est une pyramide régulière à base quadrilatère de hauteur latérale 25 cm. Calculez la longueur de sa base.

Pyramide droite

Une pyramide est droite si et seulement si le pied de la hauteur abaissée de son sommet sur sa base est le centre géométrique de cette base.

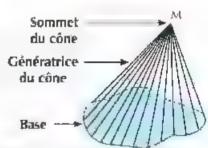
Réfléchissez:

- 1 Une pyramide régulière est elle une pyramide droite ? Expliquez votre réponse,
- 2 Les nauteurs latérales d'une pyramide droite sont el es de même longueur

Note: Une pyramide triangulaire régulière est appelé tétraèdre si ses faces sont toutes des triangles équilatéraix et chaqun d'eux peut être la base.

Cône

C'est un solide ayant une seule base sous la forme d'une courbe fermée et un seul sommet. Sa face latérale est formée de tous les points appartenant aux segments reliant son sommet aux points de la courbe sa base. Chaque segment est appelé une génératrice du cône.



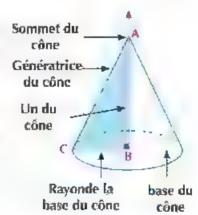
Cône droit

C'est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle d'un tour complet autour de l'un des côtés de l'angle droit. Ce côté est appelé axe de rotation .

Propriétés du cône droit

La figure el-contre montre un cône circulaire droit engendré par la rotation du triangle rectangle en B d'un tout complet autour de AB comme axe. On a :

- 1- AC est la génératrice du cône. A est son sommet, le point C décrit, pendant la rotation, un cercle de centre B et de rayon égal à la longueur de BC. La surface de ce cercle est la base du cône.
- 2- AB l'axe du cônc est perpendiculaire. (L) au plan de la base. La hauteur du cône est égale la longueur de AB.





Example

2 Soit un cône circulaire droit de génératrice de longueur .7 cm et de nauteur 15 cm. Trouvez la longueur du rayon de sa base...



On considère la longueur de la génératrice ℓ , la hauteur un cône h. et la longueur du rayon de la base = r

$$2 r^2 = \ell^2 - h^2$$

$$r^2 = (17)^2 - (15)^2 = 64$$



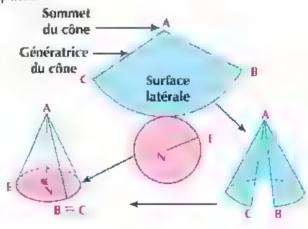
(2) Trouvez en fonction de π le périmètre et l'aire de la base d'un cône circulaire droit de hauteur 24 cm et de longueur générair ce 26 cm

Réfléchissez: ABC est mangle tel que AB - AC et D est le miheu de BC. Si le triangle ABC fait un deme tour complet at tour de AD comme axe de rotation, cette rotation peut-elle engendrer un cone circulaire droit ? Expliquez votre réponse.



On peut plier le patron d'un cône crost pour fabriquer des boîtes coniques comme le montre la figure ci-contre où:

- 1 AB AC (la longueur de la génératrice du cône!
- 2 Le secteur ABC représente la surface laterale du cône et la longueur de BC = 2 77 F (r est la longueur du rayon de la base du cône)



3 - La hanteur du cône = la longueur de AN



Example

3 La figure ci-contre indique le patron d'un cône droit. À l'aide des informations indiquées, trouvez sa hauteur (# 🚊 🚆).



Dans le patron, on remarque que : La longueur de la génératrice du cône - La longueur de MA - 2, em Le périmètre de la base du cône = la longueur de AB = 44 cm.

La longueur du rayon de la base du cône = la longueur de CN = r

Unité 3: Géométrie et mesure

En pliant le patron du cône, on obtient la figure ci contre-

Donc: La hauteur du cône - La longueur de MN - h

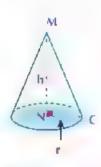
$$7.2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$$

alors
$$r = 7 \, \mathrm{cm}$$

$$1 \cdot h^2 = L^2 - r^2$$

$$h^2 = (21)^2 - (7)^2 = 14 \times 28$$
 alors $h = 14\sqrt{2}$ cm

La hauteur du cône =
$$14\sqrt{2}$$
 cm



Essayez de resoudre :

3 Dans le patron du cône droit précédent, si MA = 4 cm et a longueur de AB = 18 π cm. trouvez la hauteur du cône.

Pensé critique: L'expression survante est elle vraie " « La hauteur d'un cône droit > la longueur de sa génératrice ». Expliquez votre réponse



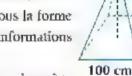
Exercices (3 - 2)



- 1) Dans upe pyramide pentagonale régulière :
 - Ouel est le nombre de ses faces latérales?
- De Quei est le nombre de ses faces?
- Quel est le nombre de ses arêtes latérales?
- d One, est le nombre de ses arêtes?
- La pyramide a un seul sommet autre que les sommets de la base. Quel est le nombre de tous les sommets d'une pyramide pentagonale 7 Est ce que votre réponse vérifie la relation d'Euler pour tout sobde à base polygonale?

«Nombre de faces + nombre de sommets = Nombre d'arêtes + 2»

- (2) Dans une pyramide régulière, rangez les longueurs suivantes de la plus petite à la plus grande
 - la longueur de l'arête latérale
 - b la hauteur de la pyramide
- C la bauteur latérale
- 3 Génie civil: La figure ci contre montre un réservoir d'eau sous la forme d'une pyramide régulière à base quadrilatère. À l'aide des informations Indiquées, trouver la hauteur atérale et la hauteur



- 4 4 En lien avec le scoutisme : Soit une tente sous ,a forme c'un cône circulaire droit de hauteur 160 em et de périmètre de base 753,6 em. Calculez la longueur de la génératrice du cône représentant la tente.
- (5) En lien avec le tourisme; La grande py. am.de de Glzeh (pyramide de Kheops) a pour longueur de base 232 mètres et de hauteur latérale 186 mètres. Calculez la hauteur de cette pyramide.
- (6) En lien avec l'industrie; On met le lait dans un emballage sous forme d'un cône circulaire droit en phant un papier iso ant thermique sous forme d'un secteur circulaire de longueur de rayon de carcle de 12 cm et d'aire L50 cm² de sorte que les deux rayons AB . AC se touchen., Trouvez la hauteur du cône.



160 cm

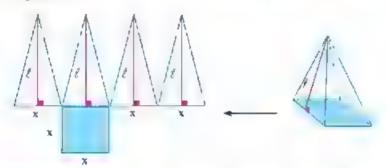
[Rappel : l'aire d'un secteur circulaire =] longueur de son arc « la longueur du rayon de son cercle,.

Aire latérale et aire totale

Vous avez déjà étudié les propriétés d'une pyramide régulière et d'un cône circulaire droit et vous avez déduit certaines de ses propriétés à partir de leurs patrons. Maintenant, pouvez-vous calculer l'aire latérale et l'aire totale de chacun des deux solides à partir de leurs patrons ? Expliquez votre réponse

Aire totale d'une pyramide régulière

La figure survante montre une pyramide régulière à base carrée et l'un de ses pairons.



Remarquez que: Les faces latérales sont des triangles isocèles superposables et que les hauteurs latérales sont de même longueur - !

La base de la pyramide est un polygone de longueur de côté - ix et on a :

Aire latérale de la pyramide = La sommes des aires des faces latérales

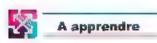
- sum of the area of the lateral faces.

$$= \frac{1}{2} x \times \ell + \frac{1}{2} x \times \ell + \frac{1}{2} x \times \ell + \frac{1}{2} x \times \ell$$

$$= \frac{1}{2} (x + x + x + x) \ell$$

= 1/2 le périmètre de la base de la pyramide de « la hauteur latérale

Ane totale de la pyramide = Son arre latérale + L'aire de sa base.



Aire latérale d'une pyramide régulière = $\frac{1}{2}$ du périmètre de sa base × La hauteur latérale.

Aire totale d'une pyramide =

Son aire latérale + L'aire de sa base.



- Calcul de l'aire latéraire et l'aire totale d'une pyramide régulière et d'un cône droit.
- Modélisation et résoution de problèmes mathématiques et de la vie quotidienne com-portant l'aire latéraie d'une pyramide et dun côné droit.

Vocabulaires de base

- · Aire atérale
- ▶ Aire tota e

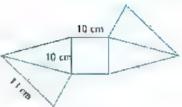
Aides pédagogique

- Garculatrige scientificue
- Logiciely de graphisme

6

Exemple

En utilisant le patron ci-contre, décrivez le solide paus calculez son aute totale.



Solution

Le pairon est celui d'une pyramide régulière à base carrée.

Sa base est un carré de 10 cm de longueur. La longueur de son arête latérale = 13 cm

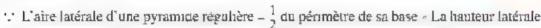
. La face latérale MAB est un triangle isocèle et ME, est une frauteur latérale,

• E est le milieu de AB d'ou AE = 5 cm

Dans A MAE rectangle en E. on a :

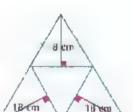
$$(AE)^2 = (AM)^2 - (AE)^2$$

$$(ME)^2 \approx (13)^2 - (5)^2 = 144$$



.. L'aire latérale =
$$\frac{1}{2} \times (10 \times 4) \times 12 = 240 \text{ cm}^2$$

1. L'aire totale de la pyram de
$$= 240 \pm 700 = 340 \text{ cm}^2$$



13 cm

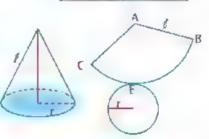
Essayiez de résoudre

1) En utilisant le patron ci-contre, décrivez le solide pais calculez sun aire totale.

Aire totale d'un cône droit

D'après le patron du cône droit de la figure er-contre :

L'aire du secteur ABC =
$$\frac{1}{2}$$
 AB × La longueur de l'are \widehat{BC}
= $\frac{1}{2}$ ℓ × Le périmètre de la base du cône
= $\frac{1}{2}$ ℓ × 2 $\pi_{\Gamma} = \pi \ell r$
= L'aire latérale ou cône



L'aire totale du cône = son atre latérale + aire de sa base



A apprendre

Aire latérale d'un cône droit = $\pi \ell r$

Aire totale d'un cône droit =
$$\pi \ell r + \pi r^2 = \pi r (\ell + r)$$

où / est la longueur de sa génératrire et r est la longueur du rayon du cercle de la base



Sectour circulaire

Périmètre du secteur =

Aire the section



Exemple

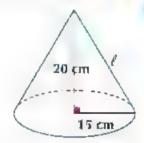
2 Calculez l'aire latérale d'un cône droit de longueur de rayon de base 15 cm et de nauteur 20 cm.



Pour trouver la longueur de la génératrice du cône /

$$f^2 = (20)^2 + (15)^2 = 625$$

- ∴ ℓ = 25 cm
- "." Aire latérale du cône = $\pi \ell r$, r = 15 cm
- : Aire latérale du cône droit = 25 × $15\pi 375 \pi$ cm²



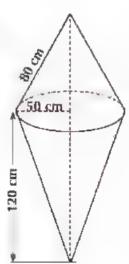
Essaviez de résoudre

(2) Catculez l'aire totale d'un cône droit de longueur génératrice 17 cm et de hauteur 15 cm.



Exemple

- 3 Navigation maritime: La figure ci contre montre un signal indicateur (une bouée) pour déterminer le trajet maritime. Ce signal est sous la forme de doux cônes droits ayant une pême base.
 - Trouvez le coût de sa peinture d'une matière résistante à l'érosion sachant que le coût d'un mêtre carré est de 300 L.E.



🖎 Solution:

L'aire de la surface du signal indicateur

l'aire latérale du premier cône + l'aire latérale du deuxième cône

Premier cône: $\ell_1 = 80 \text{ cm}$, r = 50 cm

... l'aire latérale = 50
$$\times$$
 80 π

$$=4000\pi$$
 cm²

Deuxième cône : $h=120~\mathrm{cm}$, $r=50~\mathrm{cm}$

...
$$\ell_2 = \sqrt{(120)^2 + (50)^2} = 130 \text{ cm}$$

. . L'aire latérale =
$$50 \times 130\pi = 6500 \pi \text{ cm}^2$$

L'aire de la surface du signal indicateur = $(4000 + 6500)\pi = 10500 \pi$ cm²

Le coût de la peinture = 3,299 × 300 = 989,7 L.E.



3 Un abat jour sous la forme d'un cône droit a pour périmètre de base 88 cm et pour hauteur 20 cm. Calculez son aire à un centimètre carré près.



Exercises (3 -3)



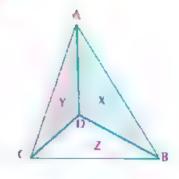
- La figure ci contre représente une pyramide triangulaire,
 X, Y et Z sont trois plans. Complétez :
 - a X | Y
- b XAZ=

C YMZ=

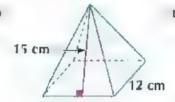
d AB OX =

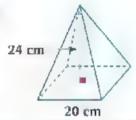
- & BC
- X. BC
- 7.

- f XAYAZ
- 2 Trouvez l'aire latérale et l'aire totale de chacune des pyramides régulières suivantes à l'aide des informations données



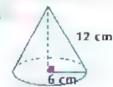
10 cm





3 Trouvez l'aire latérale et l'aire totale de chacun des cônes droits suivants à l'aide des nformations données.

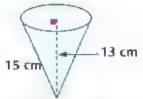
а



ь

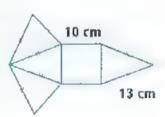


C



- (4) Sort une pyramide régulière à base hexagon dont la de longueur du côté de base est .2 em et de hauteur latérale 10 √3 cm. Trouvez :
 - Son aire atérale

- Son aire totale
- 5 En lien avec l'industrie: Les boîtes d'une usure sont fabriquées à partir de papier cartonné, en pliant le patron indiqué dans la f'gure el-contre.



- Trouvez l'aire du papier carionné utilisé pour produire 1,000 boîtes.
- Calculez le coût du papier cartomé utilisé sachant que le coût d'un mêtre carré de celui-ci est 15 L.R.
- (6) Ser fun morceau de papier carto mé sous forme d'un secteur circulaire de longueur de rayon de cercle 36 cm et de mesure d'angle au centre 210°°. On le plie pour fabriquer un cône circulaire droit. Trouver la hauteur cu cône (L'aure d'un secteur circulaire = ½ r² θ^{nt}, οδ r est la longueur du rayon du cercle du secteur et . θ^{nt} est la mesure de l'angle au centre en radian).
- Trouvez la origueur du rayon du cercle de la base d'un cône droit si la longueur de sa génératrice est 15 cm et son aire totale est $154 \, \pi$ cm².

cône droit



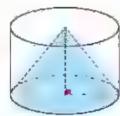


Réfléchissez et discutez

Vous avez déjà appris comment calculer le volume d'un prisme droit et le volume d'un cyliadre circulaire droit

Pouvez-vous estimer le volume d'une pyramide en fonction du volume d'un prisme droit ayant la même arre de base et la même hauteur ?

Pouvez- vous estimer le volume d'un cône droit en foncaion du volume d'un cylindre ayant la même aire de base et la même hauteur?



4 cm

6 cm

4 cm

6 cm 4 cm

4 cm

- Ca cu du vo ome d'une pyramide régul ère.
- Calculdu volume d'un cone droit.
- Modélisation et réselubon de propièmes
 ma hématiques et de la
 vie quotidienne comportant e volume d'une
 pyramide régulière et le
 volume d'un cône droit.

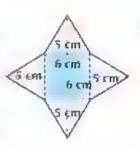


Activité

Comparaison entre le volume d'une pyramide et le volume d'un prisme ayant une même aire de base et une même hauteur.

- 1- Tracez sur un papier cartonné le patron de la pyramide et celui du prisme indiqué dans la figure ci-contre.
- 2- Découpez et pliez chaque patron pour former une face la térale d'une pyramide à base carrée et un prisme droit ouvert du haut.
- 3- Remptissez la pyramide de grains de riz ou de sable puis la vider dans le prisme, Répétez la même opération jusqu'à ce que le prisme soit rempti compretement.

Remarquer que le content (les grains de riz ou de sable) nécessaire pour remplir le prisme est égal au triple du content nécessaire pour remplir une pyramide.



Vocabulaires de base

- Sommet
- Base
- Face
- AXP
- Rayon
-) Volume

Aldes pédagogiques

- Calculatrice scientifique
- Lógiciels de graph soré

Donc le volume d'une pyramide = $\frac{1}{3}$ du volume du prisme ayant la même aire de base (b) et la même hauteur (h) que la pyramide.

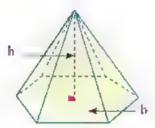
Volume d'une pyramide

Á apprendre

Le volume d'une pyramide est égat au tiers du produit de l'aire de sa base par sa nauteur.

Door: Le volume d'une pyramide $=\frac{1}{3}b \times b$

où b est la base de la pyramide et h est la hauteur de la pyramide.

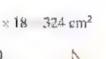


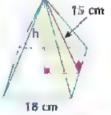
Exemple

1 Calculez le volume d'une pyramide à régulière base quadr latère ayant pour longueur de côté de la base 18 cm et de hauteur latérale 15 cm.,



- a) Calcul de l'aire de la base de la pyramide (b)
- La pyramide est régulière à base quadrilatère.
- ∴ Sa base a la forme d'un carré. Arre de la base de la pyramide (b) = $18 \times 18 - 324$ cm²





a) Calcule de la hauteur de la pyramide (h)

$$h^2 + (9)^2 - (.5)^2$$
 théorème de Pythagore

:
$$h^2 = (-5)^3 - (9)^2 = 144$$
 . $h = 12 \text{ cm}$

- ∴ Volume d'une pyramide = $\frac{1}{3}$ b × h
- 1. Volume de la pyramide $-\frac{1}{3} \approx 324 \times 12 = 1296 \text{ cm}^{9} \text{ cm}$

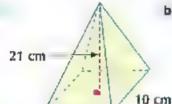


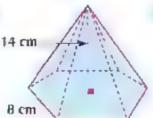
L'arre d'un polygone à n cités de longueur de cité a est égale à

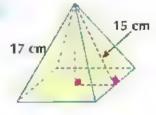
n xº cotan //

Essaylez de résoudre

 Trouvez le volume de chagune des pyramines régulières survantes à l'aide des informations. indictées.



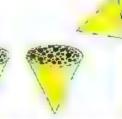




Réfléchissez : En comparant les volumes d'un cône erculaire droit et d'un cylindre droit ayant la même aire de base et la mênte hauteur, on trouve que :

Volume d'un cône = \frac{1}{3} du volume du cylindre.

Comment peut-on Literpréter cela mathématiquement ?

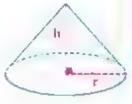




Volume d'un cône



Le volume d'un cône est égal au tiers du proquit de l'aire de sa base par sa hauteur.

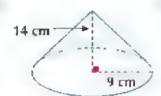


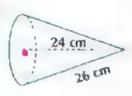
Done: Le volume d'un cône = $\frac{1}{2} R r^2 h$

Où ir est la longueur de rayon du cerele de la base du cône et in est la hauteur du cône

🔲 Essayiez de résoudre

2) Trouvez le volume du cône droit dans chacune des figures suivantes en atribiant les informations indiquées.







Exemple

2 En lien avec la physique: Un a liage d'or pur est sous la forme d'un cône droit de hauteur 4.2 cm et de longueur de rayon de base 1,5 cm. Trouver la densité de l'or sachant que la masse d'alliage est 191 grammes.

Solution

... Volume d'un deun l'aLiagé =
$$\frac{1}{4}$$
 π r² α , $r=4.5$ cm , $h=4.2$ cm

$$r = 1.5 \text{ cm}, h = 42 \text{ cm}$$

$$\therefore$$
 La masse volum qué de l'or $\frac{\pi}{3}$ (1.5) $\frac{\pi}{3}$ (4.2) = 9.896 cm³

.' La masse volumiqué = $\frac{mass}{\text{volume}}$ '. la masse volumiqué de l'or = $\frac{19.}{9.896} \approx 19.3 \text{ gm/cm}^3$

Essayiez de résoudre

3 Un morceau du chocolaties, sous la forme d'un sône droit de volume $27\,\pi\,\mathrm{cm}^3$ et de perimètre de base 6 77 cm. Trouvez sa hauteur.

Exemple

3 En lien avec l'industrie: Une pyramide régulière à base pentagone est fabriquée de cuivre. La longueur du côte du polygone de la base es. 10 cm et la hauteur de la pyramide est égale à 42 cm. Elle a éte fondue et transformée en un cône circulaire droit de longueur de rayon de base 15 cm. Sachant que 10% du curvre est perdu durant la fente et la transformation, trouver la bauteur du cône à un dixième près,

Solution

- . L'aire du pentagone régulier $-\frac{5}{4}$ x^2 cotg $\frac{\pi}{5}$ (où x est la longueur de côté du pentagone)
- ... L'aire de la base de la pyramide = $\frac{5}{4} \times 10 \times 10 \text{cotg } 36^\circ = \frac{125}{\text{total } 36^\circ} \simeq 172 \text{cm}^3$

Unité 3. Géométrie et mesure

- : Le volume de la pyramide = $\frac{1}{3}$ aire de la base × banteur = $\frac{172}{3} \times 42 = 2408$ cm³
- ... Le volume du cuivre sontenu dans le cône $=\frac{90}{100} \times 2408 = 2167.2 \text{cm}^3$ π (15)² h = 21672 où h est la hauteur du cône droit
- $\therefore h = \frac{2.672 3}{225\pi} \approx 9.2 \text{ cm}$

🔃 Essaylez de résoudre

(4) On fait fondre un cube en cire de 20 em de longueur d'arête et on le transforme en un cône erroulane droit de hauteur 21 cm. Trouver la longueur du rayon de la base du cône sachant que 12 % de la cire a été perdue distant la feine et la transformation...

Remarque importante : la capacité d'un container est estimée par le volume du liquide qu'il contient. Pour calculer la capacité d'un container, on utilise les mêmes lois de calcul de volume et l'unite de mesure de la contenance est le litre.

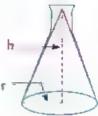


La caspeité d'un corps creux est le volume de son espace intérieur

1 litre = 1000 millilitre = 1000 cm³ = dm³

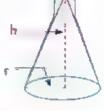
Exemple

4 En lien avec la chimie : Une fiele de forme conique a pour capacité 154 ml et pour hauteur 12 cm. Trouver la longueur du rayon de sa base $(\pi\simeq \frac{22}{7})$



Solution >

Capacité de la fiole - volume du côre droit - 154 cm3 $\frac{1}{3} = \frac{22}{7} = r^2 = 12 = 154$: $r^2 = \frac{49}{4}$ $r = 3.5 \, cm$



Estayiez de résoudre

(5) A et B sont deux verres. Quel est le verre qui a la plus grande capacité ? Trouvez la différence entre leurs capacités.







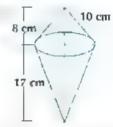
Exercises (3 - 4)



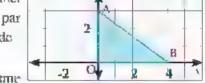
- (1) Trouvez le volume d'une pyramide régulière à base quadrilatère sachant que la longueur du côté de la pase est 20 cm et la hauteur de la pyramide est égale à 36 cm.
- 2 Calculez à un distême pres le volume d'une pyramide reguliere à base pentagone sachant que la longueur du côte de la base est 40 cm et la hauteur de la pyramide est 10 cm.
- (3) Une pyramide régulière à base quadrilatère a pour hauteur 9 em et pour volume 300 cm³. Trouvez la longueur du côté de sa base.
- 4) Une pyramide régulière à base quadrilatère a pour aire de base 700cm² et pour hauteur latérale 20 cm. Calculez son volume.
- (5) Quel est le solide qui a le plus grand volume? un cône droit de longueur de ravon de base 15 cm et de nauteur 20 em en une pyra mue régulière a base quadrintère de hauteur 40 em et de périmètre de base 48 cm.
- (6) Trouvez le volume d'un cône droit de périmètre de base 44 cm et de hauteur 25 cm.
- (7) Trouvez le volume d'un cône droit q'aire latérale 220 cm et de longueur de génératrice 14 cm.
- (a) Rangez les solides sa vants du plus petit volume au plus grand volume.

3 cm / 9 cm





- (9) En lien avec le tourisme : On fabrique une maquette de la grande pyramude en alliage de densité 3,2 g cm², 5i la longueur du côté de la base de la maquette es. 11,5 cm et sa hauteur est 7 cm, calculér sa masse à un dixième près.
- (i) En lien avec la physiques: Dans un récipion, de forme cylindrique contenant de l'eau, on plonge totalement un corps méra lique sous forme d'un cône droit de fauteur 12 cm et de longueur de rayon de base 2 cm. Le niveau de l'eau s'est levé d'un centimètre. I rouver la longueur du diamètre de la base du récipient...
- **(i) Génte civil**: Un réservoir d'eau sous torme d'un cône droit à pour volume 32 mm³ et pour hauteur 6 m, trouvez la longueur du rayon de sa base et son aire totale.
- 12 La figure α-contre indique un repère orthonormé.
 Cauculer en fonction de π le volume du solide engendré par la révolution di, triangle ABO d'un tour complet autour de L'axe des abscîsses
 L'axe des ordonnés.



- 13 Réflexion créative : Un côncerrealan droit de volume 100 cm³. Calculez son volume si
 - a Sa hauteur double. 'b La longueur du rayon de sa base double
 - Sa hauteur et le rayon de sa base double it. Que peut on conclure. Expliquez votre réponse.

3 - 5

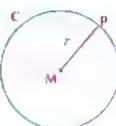
Equation du cercle

- Etrire l'équation d'un carce en fonction des coordonnées de sos centre et la longueur de son rayon.
- La forme générale de léquation d'un cercle.
- Déterminer les coordonnées du-centre d'un cercle et la ongueur de son rayon à partir de la forme générale de son équation.
- Modèliser et résoudre des problèmes de la vie quotidienne comportant l'équation d'un éercle.

Le cercle :

C'est un ensemble de points du plan qui se trouvent à une distance donnée d'un point fixe du plan.

Le point fixe est le centre du cercle et on le note d'habitude M. La distance donnée est appelée le centre du cercle et on la note r. Le cercle est noté par C.



L'équation d'un cercle :

l'équation d'un cercle est la relation entre l'abscisse et l'ordonné d'un point quelconque appartenant au cercle et tout couple

(x;y) vérifiant cette relation (équation) représente un point qui appartient à ce cercle

Verale le les de lesse

- Cercle
- Centre
- Rayon
- Diamètre
- Repére
- Equation
- Forme générale

Dans un repère orthonormé

Si le point P (x ; y) appartient à un cercle C de centre M(2; 1).

et de rayon

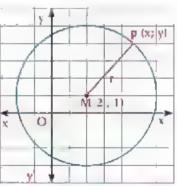
4 unités de longueur, alors MP - r

 4 En appliquant la formule de la distance entre deux points, on obtient

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = (4)^2$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$$

est l'équation du cerele C





La distance entre deuse points $(x_1, x_1), (x_2, y_2) = y((x_2-x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2$

Aldes pedagogiques

Calculate se scientifique

Paplers quadrilles



A apprendre

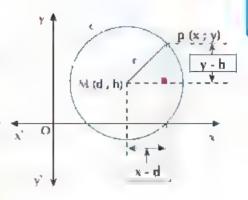
Equation du cercle

(en fonction des coordonnées de son centre et de la longueur de son rayon)

Dans un repère orthonormé:

Si le point P(x;y) appartient au cercle C de centre le point M(d;h) et de rayon de longueur runités, alors l'équation du cercle est :

$$(x - d)^2 + (y - n)^2 = r^2$$



()

Exemple

1 Ecrivez l'équation du cercle de centre le point M(5 ; 2) et de longueur de rayon 6 unités.

Solution

Soit P(x; y) ∈ au cercle C

. Le centre du cercle est le point M(5 ; 2) et le longueur de son rayon - 6 unités

..d - 5 , h - 2 , r - 6

. Dono l'équation du cerefe est : $(x-5)^2 + (y-2)^2 = (6)^2$

 $d^*p\hat{u}: (x-5)^2 + (y-2)^2 : 36$

Essayez de récoudre

TECTIVEZ l'équation du cercle de centre M dans chacun des cas suivants :

M (4; -3) . et la longueur de son rayon est égale à 5 unités.

b M (7 . 1) , et la ongueur de son rayon est éga e à 8 u trés

M (2 , 0) , et la longueur de son rayon est égale à √28 unités

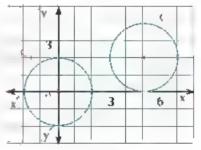
d M (0; -5), et le cercle passe par le point (-2; -9)

e M'est le point d'origine et la longueur de son rayon est égale à runités.

Ex

Exemple

2) La figure di-contre représente deux cercles C₁ et C₂. Démontrez que les deux cercles sont superposables pais trouvez l'équation de chaeun d'eux.



🗫 Solution

Deux cercles sont superposables si leurs rayons sont de même longueur.

Le cercle C: a pour centre (0;0), et pour longueur de rayon r, -2 unités.

Le cerele C_2 a pour centre (5 ; 2), et pour longueur de rayon $r_2 = 2$ unités.

 $r_1 = r_2 = 2$. Les deux cercles sont superposables.

L'équation de c_1 est $x^2 + y^2 - 4$

Unité 3. Géométrie et mesure

et l'équation de c₂ est
$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

On remarque que : le cercle C, est l'image du cercle C, par la ganslation (5:2)

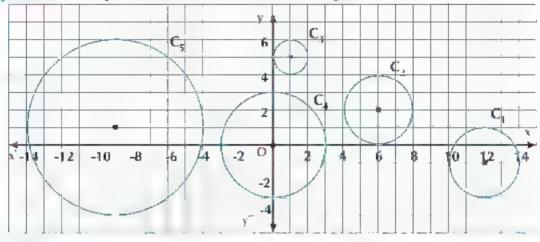


D'image du point (h. k) par la translation (a. b est then, keb

Pensé critique: Si le cerele C, est l'image du cerele C par la translation (-4; 3), écrivez l'équation du cercle C₀,

Essayez de résoudre

Écrivez l'équation de chacun des cereles dans la figure suivante;



Lesquels des cercles précédants sont superposables? Expliquez votre réponse.

Refléchissez: Où se trouve le point $(x : y \rightarrow par rapport au cercie C: (x = d)^2 + (y = n)^2 = r^2 si$

$$(x_1 - d)^2 + (y_1 - h)^2 > t^2$$

b
$$(\bar{x}_1 - d)^2 + (\bar{y}_1 - h)^2 < t^2$$



Exemple

3 Démontrez que le point (4, 1) est un point du cercle C d'équation : $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 - 37$

En substituant par les coordonnées du point (4 . -) dans le membre gauche de l'équation du cercle.

- $(4 3)^2 + (-1 5)^2 1 + 36 = 37 membre de droite.$
- . Le point (4 : -1) appartient au serele C.

On remarque que: $S_1(x-3)^2 + (y-5)^2 > 37$ alors la point $(x-y_1)$ est situé à l'extériour du cercie Cet s. $(x_1 - 3)^2 + (y_1 - 5)^2 \le 37$ alors le point $(x_1 + y_1)$ est situé à l'intérieur du cercle C.

Essayez de l'ésoudre

(3) Lequel despoints survants appartient au cercle C d'équation $(x - 6)^2 + (y + 1)^2 = 25$? Déterminez la position des autres points par rapport au cercle C pû:

$$A(9;3)$$
 , $B(7;5)$. $C(3:3)$, $B(2;3)$



Exemple

 Écrivez l'équation du cerele ayant pour d'amètre AB où A(2; 7). B(6:5).



coordonnées milien de la distance en te les points (x, 5 y), et $(\mathbf{x}_1; \mathbf{y}_2) = (\frac{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2}{1}; \frac{\mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2}{2})$



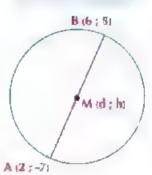
Soit M(d; e) le centre du cercle de diamètre AB, Alors le point M est le nulieu de AB.

... Les coordonnées du point M :
$$d = \frac{2+6}{2} = 4$$
, $c = \frac{-7+5}{2} = -1$
 $c^2 = (A M)^2 = (4 - 2)^2 + (-1 - (-7))^2$

$$F = (A M)^{\frac{1}{2}} = (4 - 2)^{\frac{1}{2}} + (-1 - 1)^{\frac{1}{2}}$$
$$= (2)^{2} + (6)^{2} = 40$$

Done l'équation du cercle est :
$$(x + 4)^2 + [y - (-1)]^2 - 40$$

Done:
$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 - 40$$



Réflechissez: Est ce que le point (6, 5) vérifie l'équation du cercle ? Peurquoi ?

Est-ce que le poin. (6, -7) appartient at cercle précédent ! Expliquez votre réponse.

Essayez de résoudre

- (4) Écrivez l'équation du cerele dans chacun des cas suivants :
 - Si le centre du cercle est le point M(2:7) et il passe par le point A(2:10)...
 - Si le tenere du terrele test le point M(5 ; 4) et il est tangent à la drone d"equation x − 2
 - Si M le centre du corcle est situe dans le premier quadrant di, repere et si la longueur de son rayon est egale à 3 umtés et les deux droites d'équations x = 1 et y = 2 sont tangeates au cercle



Exemple

6 Trouvez les coordonnées du centre du cercle et la long teur de son rayon pour les deux cercles d'équations :

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 17$$

b
$$(x+1)^2 + y^2 = 16$$

On sait que l'équation d'un cercie en fonction des coordonnées de son centre (d ; e) et de la longueur de son rayon ir est :

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{d})^2 + (\mathbf{y} \cdot \mathbf{n})^2 = \mathbf{r}^2$$

En comparant chaque expression algébrique Jans l'équation précédente à son correspondant dans l'équation donnée, on trouve que :

$$y h \in y + 3$$

$$r^2 = 17$$

Done le centre du cercle est le point (2, 3) et la longueur de son rayon est égale à $\sqrt{17}$ unités.

$$b = x - d = x + 1$$

$$r^2 = 16$$

$$\therefore r = 4$$

Essayez de réseudre

(5) Lequel des cercles donnés représente un cercle de centre (3, 4) et de longueur de rayon 3 martes.

$$(x+3)^2 + (y+4)^2 = 9$$

$$(x+3)^2 + (y+4)^2 = 9$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 - 9$$

$$b (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$$

$$c (x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$$

(6) Trouvez les coordonnées du centre et la longueur du rayon de chacun des cereles suivants :

$$(x+3)^2 + (y+5)^2 = 15$$

b
$$x^2 + (y + 4)^2 = 9$$

$$x^2 (x + 1)^2 + (x + 7)^2 = \frac{3}{4}$$



Á apprendre

Forme générale de l'équation d'un cercle

On sait que l'équation d'un cercle en fonction des coordonnées de son centre (d., h, et de la longt eur de son rayon ir est '

is:
$$(x + d)^2 + (y - h)^2 = r^2$$
 En simplifiant l'expression

$$\therefore x^2 + y^2 - 2 dx - 2hy + d^2 + h^2 - r^2 = zero (1)$$

' d. h et r sont constants \therefore l'expression $d^2 + h^2 - r^2 = C$ (où C est une valeur constante En)

en posant
$$L=-d$$
, $k=n$, $C=d^2+h^2+r^2$

Dans ce cas, l'équation (1) devient de la forme
$$x^2 + y^2 + 2L x + 2ky + C = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2L$$
, $x + 2ky + C = 0$

Cette équation es, appelée la forme générale de l'équation d'un cercle de centre (-L., -K) et de longueur de rayon ir telle que

$$r = \sqrt{L^2 + k^2 \cdot C}$$
 , $L^2 + k^2 \cdot C > 0$

Exemple

6 Trouvez la forme générale de l'équation du cercle de centre (6 : 3) et de longueur de rayon de 5 un tés.

Solution

- : Le centre du cercle dans la forme générale est (L: -K)
 - , et le centre du cercle ést (6 ; -3) donné

$$v = 5$$
 . $C = L^2 + k^2 - r^2$

$$C = (-6)^3 + (3)^2 - (5)^2 - 20$$

Dans ce cas, la forme générale de l'équation ou cercle est $= x^2 + y^2$ = .2x + 6y + 20 = 0Nous pouvons vérifier la solution en utilisant l'équation du terrele; $(x-6)^2 + (y+3)^2 = 25$ pars la simplifier et comparer les résultats.

Essavez de résoudre

- (7) Écrivez la forme générale de l'équation du cercle si :
 - Son centre est le point M (−2 : 5) et la longueur de son rayon est égale à v 57 unités.
 - Son centre est le point N (5 ; 3) et le cercle passe par le point B(2 ; 1).

Exemple

7 Écrivez la forme genérale de l'équation du cercle dont les deux points A (4 ; 2), et B (−1 : −3) sont les extrémités de l'un de ses diamètres.

Solution

Soit le point M (-L.: -K) le centre du cercle off AB est un dramètre.

.. M'est le minieu de AB., et les coordonnées du point M sont (4 1 . 2 3)

$$\therefore L = \frac{3}{2}$$

$$L = \frac{3}{2}$$

$$L = \frac{5}{2}$$

$$k = \frac{1}{2}$$
 $k = \frac{1}{2}$

$$k = \frac{1}{2}$$

En remplaçant L et k dans la come générale de l'équation du cerele :

$$x^2 + y^2 + 2Lx + 2ky + C = 0$$

$$x^2 + y^2 - 3x + y + C = 0$$

: Le cerele passe par le point A(4; 2), alors il vérifie son équation



A (4, 2)

$$\therefore (4)^2 + (2)^2 + 3(4) + 2 + C = 0$$
 d'où $C = 10$

Dans l'équation (1) par substitution

(1)

L'équation générale du cercle est: x² + y² - 3x + y - 10 = 0

Essayez de résoudre

(a) Si les points A(3; -2), B(3, 8) et C(-1, 0) appart ennent au même cercle, démontrez que AB et un diamètre du cercle puis écrivez la forme générale de son équation.

Remarque importante.

De la forme générale de l'équation du cercle : $x^2 + y^2 + 2Lx + 2Ky + C = 0$ on déduit que :

- L'équation est du second degré on x . y
- 2) Le coefficient de $x^2 = 1$ e coefficient de $y^2 = 1$ 'unité.
- 3) L'équation n'admet pas un terme en x y c'est à-dire le coefficient de x y est éga, à 0 Pour qu'une équation ou second degré en x et y représente un cercle il faut que les trois conditions précédentes soient réalisées et que $L^2 + K^2 - C > 0$.



A apprendre

Détermine les coordonnés du centre d'un cercle et la longueur de son rayon

Pour déterminer les coordonnées du centre d'un cercle et la longueur de son rayon à part, r de la forme générale de son équation :

- 1- Ver fiez d'abord que l'équation donnée est sous la forme generale où le coefficient de x² le coefficient de $y^2 = 1$ 'unité
- 2- Les coordonnées du centre sont (-1, -k) c'est-à-dire $\left(\frac{-enefficient de x}{2}, -enefficient de x\right)$
- où $r = \sqrt{L^2 + k^2} \cdot C$, $L^2 + k^2 \cdot C > 0$ 3- La longreur du rayon du cercle est égale à r



Exemple

- 8 Lesquelles des équations suivantes sont des équations d'un cercle? Si oui, frouver son centre et la longueur de son rayon
 - **a** $3x^2 \pm 2y^2 \pm 6x 8y 10 = 0$ **b** $x^2 \pm y^2 + 4x + 25 = 0$
 - $2x^2 + 2y^2 = 12x + 8y 30 = 0$ $4x^2 + 4y^2 = 49$
 - $e^{-x^2} + v^2 + 2 v + 3 = 0$

Solution

- a Le coefficient de x² / le coefficient de y² ... Ce n'es, pas l'équation d'un cercle
- **b** Le coefficient de $x^2 = 1$ le coefficient de $y^2 = 1$ unité et l'équation n'admet pas un terme en xy

L =
$$\frac{4}{2}$$
 = 2 , k = $\frac{0}{2}$ = 0 , C = 25
∴ L² + κ^2 = C = (2)² + (0)² - 25 < 0

- ... Ce n'est pas .'équation d'un cercle
- En divisant les deux membres par 2 ... $x^2 \neq y^2 = 6x \neq 4y = 15 = 0$
 - \mathcal{L} . Le coefficient de x^2 . Le coefficient de y^2 . L'amité et l'équation pladmet pas un terme en xv

$$L=3$$
 . $k=2$. $C=-15$

- $\therefore L^2 + k^2 = C (-3)^2 + (2)^2 (-15) = 28 > 0$
- ... C'est l'équation d'un cercle de centre (3 , -2), $\tau = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ unités
- d En divisant les deux membres par 4
 - En divisant les deux membres par 4 $\therefore x^2 + y^2 = \frac{x^3}{4}$... Le coefficient de $x^2 = 1$ excefficient de $y^2 = 1$ unité et l'équation n'admet pas un terme en xy

$$L=0$$
 , $k=0$, $C=\frac{49}{4}$: L^2+k^2 : $C=\frac{49}{4} > 0$

- \cdot . C'est l'équation d'un cercle de sentre le point d'origine et r $\frac{49}{\sqrt{4}}$ $\frac{7}{2}$ unités
- 🗈 🐪 L équation contient f unterme xy 💢 🛴 ce n'est pas l'équation d'un cercle

Essayez de résoudre

(9) Lequelle des équations su vantes représente l'équations d'un cerele? Si c'est le cas, trouvez son centre et la longueur de son rayon.

B
$$x^2 + y^2$$
 $6x + 4y + 17 = 0$ **D** $x^2 + y^2 + 4x$ $2y = 0$

$$x^2 + y^2 + 4x + 2y = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 39 = 0$$

$$d x^2 + y^2 2x y - 6 = 0$$

pensé critique: Les deux cercles $C_1: x^2 + y^2 - 10x - 8y + 16 = 0$ $C_x: x^2 + y^2 + .4x + 10y - 26 = 0$ sont-us tangents extérneurement? Expliquez votre réponse

Exemple

9 En lien avec l'industrie : La figure ci-contre montre une poulie. A d'une machine, fangente aux deux axes du repère. Cette poulle tourne à l'aide d'une ceinture passant autour d'i ne petite poulie B d'équation de sercle

 $x^2 + y^2 + 14x + 45 = 0$. Trouvez:

- l'équation da cerele de la poulie A sachant que la longueur du myon de son cercle est égale à Sunités
- b la distance entre les centres des deux pounes si chaque unité dans le repère cartésien représente 6 cm.

> Solution

La poulie A est tangente aux deux axes du repère et la longueur de son rayon est 5 unités.

$$\therefore$$
 Le centre de son cerole est M(5;5) \therefore L =-5, k -5

$$\nabla C = L^2 + k^2 - r^2$$

$$\therefore$$
 C = $(-5)^2 + (-5)^2 - (5)^2 = 25$

L'équation de son cercle est : $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$

b : L'équation du cerele de la poulle B est : $x^2 + y^2 + 14x + 45 = 0$

$$L = 7 \qquad x = 0$$

$$C = 45$$

$$C = 45$$
 $r = \sqrt{49 \cdot 45} = 2$

- *. le centre de son cercle est le point N (-7; 0) et là longueur de son rayon est égale à
- ... La distance entre les centres des acux poulles est $|MN| = \sqrt{(5+7)^2 + (5)^2} = 13$ unités
- ... Chaque unité dans le repère représente 6 cm
- \therefore La distance entre les centres des deux poulles = 13 % 6 = 78 cm

Essayez de résoudre

30 En lien avec le système routier : La figure el contre montre une section verticale d'un tunnel circulaire d'équation de cercle : $x^2 + y^2 \cdot 4x \cdot 6y \cdot 12 = 0$, AB est un dramètre. Trouvez la hauteur maximale du tunne, si l'unité de longueur dans le repère cartésien représente 70 cm.



Exemple

10 En lien avec la géométrie : Trouvez à un contimetre carre près l'aire de la surface d'un pentagone regulier dont le cerele circonsent est d'équation : $x^2 + y^2 + 6x - 12y + 5 = 0$ sachant que l'unité de longueur dans le repère cartésien représente 5 cm.

O Solution

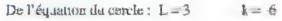
Soit M le centre du cercle circonscrit au pentagone régulier ABCDE On a .

AB BC CD DE : AE (et elles sont des cordes du cercle)

$$m(\angle AMB) = m(\angle BMC) = ... = \frac{360'}{5} = 72'$$

On remarque que le pentagone ABCDE est partagé en 5 thangles superposables.

Done l'aire du pentagone = 5 « aire du △ MAB $= 5 \times \frac{1}{2}$ MA × MB sin 72° $\frac{5}{2}r^2\sin 72^*$ (1)



$$k = 6$$

$$r^2 = L^2 + k^2 + C$$

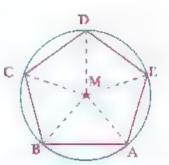
$$3.7^2 = 9 + 36 + 5 = 40$$

En subistituant dans (1) sin $T2^* = 95.10565$ unités carrées



" Chaque unité de longueur dans le repère cartésien représente 5 cm

... L'unité carrée dans le plan représente = (5) = 25 cm² d'ou L'aire du pentagone régulier 95 10565 - 25 \sime 2378 cm2





L'aire d'un pentagone regulier u r² sin 360 on r est le rayon du cercle care-recit ou pentagane n est le memre de sec vôte,

Exercíces (3-5)



Cholsissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

- 1) Le point (2 ; 0) appartient à :
 - A l'axe des abscisses l'axe des ordonnées
- la droite y= 2x

- d le cercle d'équation $x^2 + y^2 = 9$
- (2) Si A (3; 7) et B(3; 5), alors los coordonnées du miliou de AB sont ...

- (3) La distance entre les deux points (2 : 4) et (10 : -2) est égale à
 - a 0

- d 6
- (4) Le cercle d'équation $x^2 + y^2 = 25$ et du centre (0 ; 0) passe par le point
 - (1:4)
- b (5: (1)
- **9** (25; 0)
- d (5: 1)
- (5) L'équation du cerele ayant pour centre (3 ° 5) et pour longueur de rayon 7 unités est :
 - $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 49$
- $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 49$
- $(x + 3)^2 + (y 5)^2 = 49$
- **d** $(8-3)^2 + (y+5)^2 = 49$

- a 8.7
- 1 b 64 m
- c 2√2 π
- d 4 \(\frac{7}{2} \) 72

(7) Berivez l'équation du cercle de centre M et ce longuer r de rayon r si .

' M (2; 3), τ = 5

♠ M(0; 0), r -4

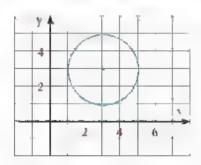
M(3,0), r=6

M(4:-5), $r=\sqrt{7}$

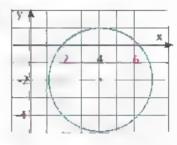
- e M(0;-1), r = 2.√3
- \tilde{f} M(-4: -3), $x = \frac{3}{2}$

(8) Berivez l'équation du cercle représenté par chacane des figures survantes

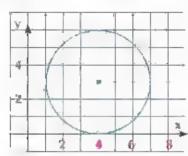
2



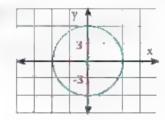
b



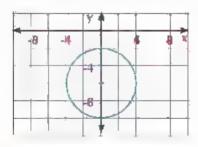
d



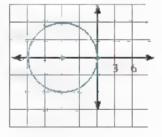
93



8



1



(9) Ecrivez l'équation du cercle si :

- a le centre du cercle est le point M (7 ; 5,, et le cercle passe par le point A(3 , 2)
- h AB est un diamètre du cercle où A(6 ; -4) et B(0 ; 2).
- e le centre du cercle est le point (5 , 3, et le cercle est tangent à l'axe des abscisses.

(1) Trouvez les coordonnées du centre et la longueur du rayon pour chacun des cercles suivants:

B $x^2 + y^2 = 27$

 $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 49$

 $(x-2)^2 + y^2 = 16$

6 x2 + (y +7)2 24

Unité 3: Géométrie et mesure

- Ecrivez la forme générale de l'équation du cercle dans chacun des cas suivants :
 - 1,e centre est M(3 ; 1) et la longueur du diamètre est égale à 8.
 - Le centre est M(0 : 0) et le cercle passe par le point (-1 : 3) .
 - Le centre est M(-5; 0) e. le cercle passe par le pomt (3; 4).
 - d AB est un diamètre du ecrele où A(3: 7) et B(5:1).
- 12 Trouvez les coordonnées du centre et la longueur du rayon pour chacun des cercles suivants

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$$

$$b x^2 + y^2 + 2x = 8$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 10y = 0$$

$$4x^2 + y^2 = 8x - 12$$

3 Parmi les cercles suivants, trouvez les deux cercles superposables :

$$x^2 + y^2 = 2x + 4y - 3 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 11 = 0$$

$$b \quad x^2 + y^2 - 14x + 37 = 0$$

$$x^2 + y^2 \neq 10x \neq 13 \rightarrow 0$$

(14) laquelle des équations suivantes représente un cercle ? Puis trouvez son centre et son rayon ;

$$x^2 + y^2 + 8x - 16y - 1 = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 6x - 5y = 0$$

$$a \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2 + x = 0$$

$$d x^2 + y^2 + 2xy = 12 = 0$$

$$B_{x^{3}+y^{3}} = 2x + 4y + 7 = 0$$

- 15 Navigation maritime; Un radar simé au point A(7. 9) couvre une zone circulaire de 30 unités de longueur de rayon. Ecrivez l'équation du cerete déterminant la zone contrôlée par le radar dans le repere cartésien. Le radar peut il repérer un navire se trouvant au point B(25; 30) ? Expliquez votre réponse.
- Architecture: Un architecte a réalisé un bât ment sous forme d'un octogone régulier dont es sommets sont situés sur le cercle d'équation $x^2 + y^2 4x + 12y 60 = 0$ Catculer l'aire du bâtument à une unité carrée près.
- (7) Industrie: La figure et-contre montre deux engrenages d'une machine. Leurs centres sont situés sur une droite parallele à l'axe des ordonnées. La distance maximale entre leurs extrémités est 10 unités. Trouverz l'équation du plus petit engrenage sachant que l'équation du plus grand engrenage est $x^2 + y^2 10x 8y + 32 = 0$.
- (8) Réflexion creative: Trouvez I équation du cerele passant par les deux points A(1 : 3) et B(2 : -4) sachant que son centre est situé sur l'axe des absenses.

Résumé de l'unité

Notions et exiones

Une droite: par deux pomis de l'espace passe une se ile droite.

Un plant : un surface n'est pas limité dont toute du te passant par deux de ses points est melus complètement dans cette surface.

Un espace : un espace est un ensemble influ de points, il contient tous les figures, les plans, les solides qu'on étudie et quatre points distincts mon coplanaire

Relation entre deux divoites dans l'espace 1) Sécantes s'elles se coupent en un point 2) parallèles s'elles sont situés dans un même plan et elles ne se coupent pas.

3) Mon caplanaire: ne sont pas setués dans un même plan (ne sont nirejants ni paralleles)

Relation entre une droite et un plan dans l'espace. 1) La droite coupe le plan en un point. 2) La droite est inclus dans le plan. 3) a droite et le plan n'ont pas un point en commun et dans se cas ils sont parallèles.

Repution entre deux plan dans l'espace : 1) se coupent en une droite 2) les deux plans sont parallèles 3) Les deux plans sont confondus

Un patropa est une figure à deux dimensions qu'on peut plier pour former une figure à crois dimensions.

Ene pyramide est un solice qui a pour base un polygone queleonque et pour faces latérales des triangles ayant un sommet commun

Une pyramide régulière : cst une pyramide dont la base est un polygone régulier dont le centre est le pied de la hauteur abaissée du sommet de la pyramide sur cette base. Dans ure pyramide régulière, on a ;

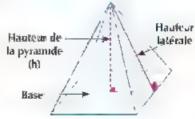
- Les arêtes latérales sont de même longueur.
- Les faces latérales sont des triangles isocèles superposables.
- Les hauteurs latérales son, de mêmes longueurs.

Une pyramide droite: Une pyramide est côte chaîle si et sealement si la perpendiculaire abaissée de son sommet à ra bas passe par le centre de la base

Un cône droit, est un sol de engendre par la rotation d'un triangle rectangle d'un tour complet autour de l'un des côtés de l'angle droit.

Aire latérale d'une pyramide $=\frac{1}{2}$ périmètre de su base «sa hauteur latérale,

L'aire totale d'une pyramide = Son aire latérale + L'aire de sa base.



Unité 3: Cométrie et mesure

L'aire laterale d'un cône droit $-\pi \ell$ r où ℓ est la longueur de sa génératrice et r est la longueur du rayon du cerele de la base.

L'aige tatale d'un côme droit $-\pi \ell r + \pi r^2 - \pi r (\ell + r)$

Le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Le volume d'un cône : est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Le corcle est un ensemble de points du plan qui se trouvent à une distance donnée d'un point fixe dans le plan.

Equation d'un corde: l'équation d'un cerele de centre (d., e) et de longueur de rayon τ est. $(x-d)^2 + (y-h)^2 = r^2$

Equation générale d'un cercle de centre (L; K) et de ongueur de rayon r est : $x^2 + y^2 + 2Lx + 2Ky + C = 0$, où $r - \sqrt{L^2 + K^2 - C}$, $L^2 + K^2 - C > 0$

Pour déterminer les coordonnées du centre d'un cercle et la longueur de son rayon à partir de la forme genérale de son équation :

- ▶ Vérifier d'abord que l'équation donnée est sous la forme générale où le coeffic ent de x^2 le coefficient de y^2 = l'umié.
- Les coordonnées du centre sont (L. K) c'est à dire ($\frac{\text{exerficient of y}}{2}$)
- Fila longueur du tayon du cerele est égale à $|\alpha_{c}| = \sqrt{\Gamma^2 + K^2/C}$, where $|\Gamma|^2 + |K|^2 C > 0$



Complétez ce qui suit :

- (1) Une groute est oien déterminée ou commissant sur cette droite
- (2) Deux droites non coplanaires ne peuvent pas inclus dans
- 3 Deux plans sont confondus s'ils ont en commun
- 1 Les faces latérales d'une pyramide régulière sont
- 5 Les hauteurs latérales d'une pyranilde régulière sont
- 6 La hauteur d'un cône droit est la longueur de sa génératrice
- (7) Le volume d'une pyramide = *
- (8) La longueur du rayon du cercle d'équation $x^2 + y^2 = 18 = 0$ est égale à
- (9) Déquation du cercle de centre (7 : 3) et de origueur de rayon 4 antiés est

A l'aide de la figure ci-contre, choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées :



- a pas sécantes à r
 - pas perpendiculaires
- e pas parallèles en sécantes ni parallèles
- (1) L'aire latérale du cône droit est égale à cm²
 - a 60 b 60 %
- ¢ 48

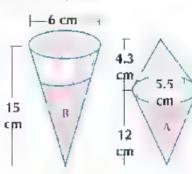
d 48n

- 12) L'aire totale d'une pyramide régulière est égale à
- **b** 240 cm²
- ™ 384 cm²
- d 432 cm²

- 13) Le volume de la pyrannule est égal à ... cm^3
 - a 64
- c 480
- **d** 384
- 14 Le rapport entre le volume de la pyramide et le volume du cône est égal à :
 - a 75 : 3
- 1 4: #
- 晚在14
- A 3: 70

Réponds aux questions sulvantes :

- (15) Une pyramide regulière a pour volume 12 cm³ et l'aire de sa base est 4 cm². Calculer sa hauteur.
- 16) Une pyramide régulière à base quadrilatère a pour yolume 400 cm² et pour trauteur 12 cm. Calculer son aire latérale.
- 17) Un cône circulaire droit 96π. Trouve la longueur du rayon de sa base sachant que sa hauteur est 8 cm
- Trouver à une décimale près l'aire totale d'un cône droit de longueur de diamètre de la base 10 cm et de hauteur 12 cm.
- (19) La based une pyramice droite est un losange dont les longueurs de diagonales sont 12 cm. 8 cm et sa hauteur est 10 cm. Trouve son volume.
- 20) Ecrivez l'équation du cercle si :
 - Le centre est M(3 : 5) et la longueur du rayon est égale à 4 unités
 - Le centre est M(2;0) et la longueur d'un diamètre est égale à 9 unités.
 - Le centre est M(0:9) et le cerele passa par le point (4:6).
 - d AB est un diamètre du cercle où A(5 : 2) et B(1 : 10).
- Ecrivez l'équation générale du cercle de centre (5; -12) et passant par le point d'origine.
- 22 Trouver les coordonnées du centre et la longueur du rayon pour chaqun des cereles su vants;
 - $(x 3)^2 + (y + 5)^2 = 27$
- **b** $(x + 4)^2 + y^2 = 9$
- $x^2 + y^2 2x + 6y 6 = 0$ $2x^2 + 2y^2 10y 7 = 0$
- 23 Planification urbaine; Sur le plan d'une ville tracé dans un repère cartésien, chaque unité represente 5 mètres. Dans ce p au, on a trouvé que le cercle: $x^2 + y^2 = 6x + 8y + 11 = 0$ délimite l'une des ses places. Trouver à un mêtre près l'aire de cette place...
- 24) Industrie: Les lignes de production d'une usine produisent ceux sortes de crême glacée A et B comme le montre la figure ci-contre. L'aquelle des deux sortes a le plus grand volume? Est-ce que le volume du modèle A change on changeant les hauteurs des deux cônes qui le constituent sachant que la somme des deux hauteurs reste inchangée ? Expliquez votre réponse.



25 Tourisme: La France s'intéresse à Larchéologie égypaenne. Elle à transporté certains monaments à Paris pour les exposer dans ses musées. Elle a construit une pyramide en verre comme l'ent ée principale du musée du Louvre. Cette pyramide est semblable à la grande. pyramide de Gizeh. Sachant que la hauteur de la pyramide du Louver est 21,6 mètres et la longueur de sa base est 35 metres, calculer la un mêtre carré près, l'aire du verre utilisé pour sa construction,

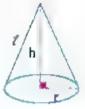


Choisissez la honne réponse parmi les réponses proposées :

- 1) Les cas suivants déterminent un plan sauf :
 - une droite et un point n'appart, ent pas à cette droite
 - deux droites parallèles et non confondues.
 - c deux droites sécantes.
 - d ceux droite non coplanaires
- L'aire totale d'un cône droit est égale à ;



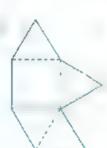
 $\frac{\pi}{2} \pi r(r+l)$ $\frac{\pi}{3} r(\ln +3l)$



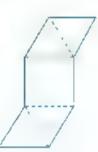
- 3) Soit une pyramide régulière droite à base quadr.latère de perimetre 36 cm et de hauteur 10
 - B 810
- · b 180
- **360**
- \$ 270
- (4) Le cervie d'équation : $(x + 2)^2 + y^2 + 2y = 0$ a pour centre : **a** (2 : 2) **b** (2 : -1) **c** (2 : -1)

- (5) Lequel des patrons survants peut être utilise pour former une pyramide régulière à base quadr.latère?

3







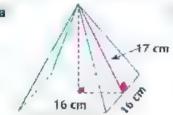
Questions à réponses courtes :

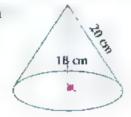
- 6 Combien de droites peut on tracer dans chacun des cas suivints :
 - Deux points distincts

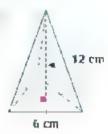
trois points non allenés

- deux plans sécants.
- d quatre pomás dans l'espace de sorie que chaque trois non alignés.

- 🗇 citez le nombre de plans qui passe par :
 - Un point
- b deux points
- uois points non alignés
- (8) Calculez le volume de chacun des solides solivants à un centamètre cube près.







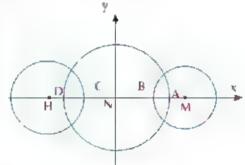
- Trouver l'équation du cerele de sentre (2 ; 7) qui passe par le point (1 ; 3).
- (ii) Parmi les cercles su'vants, lesquels sont superposables ? Justifiez la réponse.

$$x^2 + y^2 + 4x + 2y + 5 = 0$$
, $x^2 + y^2 + 6x + 4 = 0$

b
$$x^3 + y^2 - 4x + 8y = 0$$
, $x^2 + y^2 + 12y + 16 = 0$

Questions à réponses longues :

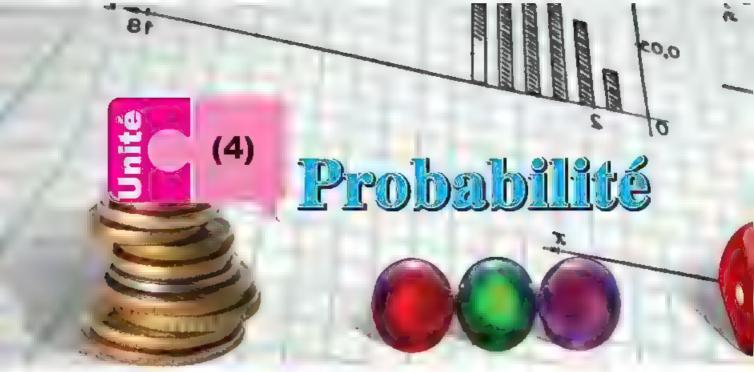
- (1) Calculez à un dixième près le volume d'une pyramide régulière à base pentagone de longueur de côte de pase 16 cm et de hauteur 12 cm
- (2) Soit MAB un secteur circula re de longueur de tayon de cercle . 8 cm et d'angle au centre de mesure 60°. On le plie et on colle ses deux rayons pour former la plus grande aire latérale d'un cône droit. Troucez le volume de ce cône
- (13) Dans la figure ci-contre, les points M. N. e. Z. sont situés sur l'axò des abscisses d'un repère orthonormé et N. est le point d'origine. Si res points M., N. et Z. sont les centres de trois cercles de longueurs de rayons 5.9 et 6 unités respectivement et si CD = 2 MA = 4 unités, trouvez la forme générale de l'équation de chacun des trois cercles.



14 Un pilote répère dans un moment deux vallées sécants en un point. Une route surmonte les deux vallées mais effe ne passe pas par le point d'intersection, Représentez cette situation par un dessir. Puis déterminez, e nombre de plans.

Avez-vous besoin d'une aude supplémentaire :

Si vous ne pouvez problème N'	1	Ļ	3	2		3.	4	1	1 4	5	.6	5	7	-8	200	9	1	0
	3	2	3	3	3	4	3	1	3	3	\$T	4	3-4	3	3	Compétences générales	3	4





Les racmes de la secence de la probabil de si ciendent à la remassance dans les étaces des astrologues et les jeux de leteries qui ent impliqué à l'étade de l'apparition de certains éléments parmi un grand nombre q'eléments. Des autres recherchés sur cente solicine ent memors par Girolamo Cardan, en sociétine afècie et développées par Pierre de Fermat et Billiage Passert en car-hollaction acècle.

La dix-neuvieme siècle au cours de l'évolution de la science de probabilité, des multiples de définitions ont appart, parmi l'esquelles ceux qui sont simples, peuvent être auxuises à parmi d'une percep ion contrête et unix qui out besoin de recourir à "expérimentation pour examiner le nombre d'occurrence d'un élèment parmi plusieurs en rêpe ant l'expérience, plusieurs fois sons curtains vontraints. La probabilité est la misure de la possibilité de l'eccurrence d'un évenement

En dix-neuvième socile, Laplace l'un des fonoateurs de veue serence decoudra la théorie de la probabilité, par auleurs Ado,ph Quetedet présenta le premier éruvte stanstique d'une mamère scientafique en 1853. A partir de cette datte, le statisfique et probabilité est devenue une science oule dans les différents Jomaines egacement dans les recherches scientifiques, elle devenue la science de prévision des questions de l'avonn. Dans écte unité, nous allons aborder e, ellepes nouves et définitions de tasse de la probabilité et de son cales.



Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de :

- Reconnaire la notion expérience aléatoire
- Reconnaire ai notion univers des éventualités
 Front l'auvers des aventualités de quelques experiences aleatoires
 - Reconnuire la notion événement: élémentaire certuir impossible
- Découvrir les operations Reconnaître la notion événements incompatibles.
- Recommute les opérations sur les événements comme (un no intersection différence compainantaire)

- ➡ Recounalire la notion probabilité.
- Lithset les axiómes de probabilités pour calculer la probabilité de la réassation d'un événement.
- Résoudre des applications mathémadiques en util sant les axiomes de probabilité statistiques et des probabiliés
 - Résendre des problèmes dans la vie quel dem e en utusant les fois de probabilités





- Statistiques
- : Probabilité
- Expérience aleato re
- Univers des éventual tès
 Pièce de monnaie
 Dé
- : Evénement

- Evénement élémentaire
- Evénément composé
- Evénement certain
- 🖹 Evenement împossible
- De la Départion de la Section de la Company de la Compa
- Evénements incompatibles



Legan (4 - 1) Calcul de probabilita



- : Calculatrice Scientifique
- : Calcu de probabilité
- : Logiciel de graphisme



Probabilité

Expérience aléatiore

Axioms de la probabilité

Univers des éventualités

Lois de probabilité



Application de la vie quotidienne et résolution de problèmes

4 - 1

- Not un d'expérience aleato ne et d'univers ces éxentualités
- Notion d'évenement evérement e émentaire événement certe q événement impossible
- Reconnattre (as opérations sur les événements comme (un on intersection différence section différence complémentaire)
- Événements incompatibles
- Lois de De Morgan
- Not on de probabilité

 Gaicu de probabilité

 Axiomes de probabilités
 et applications quotidiennes

Macada da haras

- Expérience aléatoire
- univers des éventualités
- Évenement
- Événement élémentaire
- Événement certain
- · Évenement impossible
- Événements incompatiples.
- Probabilité
- Axiomes de probabilité

Aides peldagogiques.

· Carculatrice.

Calcul de probabilité

Préface:

On a déjà étudié les notions de bases simplifiées des probabilités, dans cette leçon nous allons continuer à développer les études de ces notions et les opérations sur les événements pour calculer la probabilité de la réalisation d'un événement à partir des exemples variés de la vie quotidienne.

Vocabulaires de base



Apprendre

Expérience aléatoire; C'est une experience dont on peut determiner parl'aitement, par avance, toutes les issues possibles mais on ne peut pas prévoir, laquelle de ces issues sera réalisée.

Exemple

- 1) Laquelle des expénences survantes est une expérience aléatoire?
 - On lance un dé non pipé et on observe le nombre apparu sur la face supérieure.
 - On observe la couleur d'une boule tirée au hasard d'un sac contenant des boules colorées.
 - On jette une pièce de monnare et on note le résultat appare sur la face subérieure.
 - d On observe la couleur d'une boule tirée au hasard d'un sac contenant des boules identiques colorées : la première est blanche, la deuxième est noire, la troisième est rouge et la quatrième est verte

Solution

Les expériences (a),(c),(d) sont des expériences aléatoires car on peut déterminer à l'avance tous les résultats possibles mais on ne peut pas déterminer le résultat exact avant la réalisation de l'expérience. L'expérience (b) n'est pas aléatoire car on ne peut pas determiner à l'avance les résultats de cette expérience avant sa réalisation

Essale de résoudre

- 1 Laquelle des expériences suivantes est aléatoire ?
- On jette une pièce de monnaie deux fois de suite et on note le résultat appare sur la face supérieure.

130

Applications mathematiques - Section secontifique

- b On observe le nombre inser i sur une carte tirée au hásard d'un sac contenant des cartes munérotées (sans savoir ses nombres).
- On observe le nombre inscrit sur une carte tirée ai, hasard d'un sac contenant 20 cartes identiques numérotées du la 20 .



A apprendre



Univers des éventualités (Univers des issues)

- L'univers des éventualités d'une expérience aléatoire est l'ensemble de toutes les issues possibles de cette expérience et on le note U
- Remarque : > Le nombre d'éléments de l'imivers des eventualités est noté card(U).
 - L'univers des éventualités est fini si le nombre de ses éléments est limite et il est infini si le nombre de ses éléments est illimité. Dans la suite, nous allons étudier les univers des éventualités finis.

Expériences aléatoires usuelles :

Jeter une pièce de monnaie

1- Si on jette une pièce de monnaie une fois et on observe le résultat apparu sur la face supérieure : U = { F; P}

Où : P symbolise « face » et P symbolise « p.le ». On a card(U) = 2

2- Si on jette une pièce de monnaie deux fois de suite et on observe la succession des faces ét des piles, "univers des éventualités de cette expérience est :

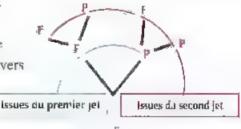
$$L = \{ (F, F), (F, P), (P, F), (P, P) \}$$

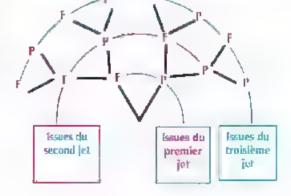
On a card $(U) = 2 \times 2 + 4 = 2^2$

3- Si on jette une pièce de monnaie trois fois de suite et on observe la succession des faces et des piles, on peut obtenir l'univers des éventualités de cette expérience de l'arbre ci-contre.

On a card (U) = $2 \times 2 \times 2 = 8 = 2^3$







On remarque que :

- 1- Si on jette une pièce de monnaie m fois de suite, on a card (U) = 2 m
- 2- (F; F) ≠ (F; F) pourquoi?

3- Si on jette simultanément, deux pièces de monnaie, distinctes (en forme et en volume)l'univers des éventualités de cette expérience est le même que quand on jette une pièce de monnaie deux fois de sinte. Dans ce cas, chaque résultat sera sous la forme d'un couple (face de la première pièce); face de la seconde pièce).



Lancer un dé

1- Si en lance un dé une fois et on observe le nombre inserti sur la face supérieure. l'univers des éventualités de cette expérience est

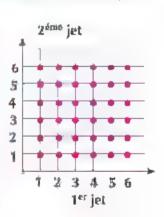
$$U = \{1; 2; 3; 4, 5, 6\}$$
. On a card(U) = 6



- 2- Si on lance un dé deux fois de suite et on observe le nombre insent sur la face supérieure. l'univers des éventualités de cette expérience est l'ensemble des couples ayant pour premier élément le résultat du premier jet et pour second élément le résultat du deuxième jet d'oû : U = { (x : y) : x ∈ { 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6} et y ∈ { 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6} }. Les figures survantes Elustrent le résultat.
 - a Forme du tableau :

b Forme géométrique.

1	2	3	4	5	6
(1; t)	(1:2)	(1;3)	(1;4)	(1;3)	(1; 6)
(2:1)	(2; 2)	(2;3)	(2:4)	(2:5)	(2;6)
(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
(4,1)	(4; 2)	(4:3)	(4, 4)	(4:5)	(4: 6)
(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
 (6;1)	(6;2)	(6,3)	(6;4)	(6.5)	(6;6)

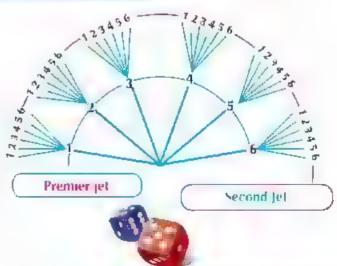


L'arbre graphique

On remarque que :

1- card (U) =
$$6 \times 6 = 36 = 6^2$$

3- Si un lance deux dés simultanément une fois. l'univers des éventualités de cette expérience est le même que quand on lance un seul dé deux fois de suit.





Exemple

2 Un sac contrent trois boules identiques de couleurs différentes. La première est rouge, a seconde est blanche et la troisième est jaune. On tire au hasard deux boules l'une après l'autre avec remise et on observe la succession des couleurs. Écrivez l'univers des éventualités.



On note la boule rouge par le symbole R, la boule blanche par le symbole B et la boule jaune par le symbole I:

Lors d'un tarage la remise d'une boule tarée permet de la retirer dans le tarage suivant. La figure suivante montre l'arbre de l'univers des éventualités où carde $(U) > 3^2 - 9$

$$U = \{(R,R) \mid (R:B), (R:J), (B:R), (B:B), (B:J), (J:R), (J:B), (J:J)\}$$

Premier Denxième tirage tirage	<u> </u>
R	(R; R)
g 4 B	(R; B)
	(R; J)
R	(B; R)
B R	(B; B)
, <u> </u>	(B; J)
D	(J; R)
,1 € B	(J; B)
- 1	(1 t)

Essayez de résoudre

2 Une boîte contient trois boules identiques numérotées de 1 à 3. On tre deux boules l'une après l'autre avec remise et on observe le numéro de la boule tirée. Écrivez l'univers des éventualités de cette expérience et le nombre de ses éléments.

Si on tire une boule sans remise c-à-d ne remet pas la boule dans le sac après son tirage.
Douce il n y aura pas de possibilité d'apparaître dans le deuxième tirage.



A apprendre



L'événement

L'événement est un sous ensemble de l'univers des éventualités

L'événement élémentaire (simple)

C'est un sous-easemble de l'univers des éventualités qui contrent un seul élément,

definition

L'événement certain

C'est l'événemen, dont les éléments sont les mêmes que ceux de l'univers des éventualités U.

L'événement impossible

C'est l'événement qui ne contient aucun élément. Il est noté ϕ . C'est un événement qui ne se réalise jamais.

Exemple

- 3 On jette une pièce de monnaie plusieurs fois jusqu'on obtienne face une fois et pile 3 fois. Ecrivez l'univers des éventualités puis déterminez les événements suivants:-
 - A wobtenir face une fors att plus»
- C «obtenir pile deux fois au moins»
- B «obtenir face une fois au mouis»
- D «obteur face deux fois au monts»

C Solution

Daprés l'arbre, on trouve

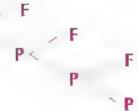
$$U = \{P, (P; F), (P; P; F), (P; P; P)\}$$

$$A = \{E; (P; F), (P; P, F), (P; P; P)\} \oplus U$$

$$B = \{F : (P : F), (P : P : F)\}$$

$$C = \{(P : P : F) : (P : P : P)\}$$

$$D = \{ \} = \phi \text{ événement impossible.}$$



Essayez de résoudre

- 3) On jette une pléce de monnare plusieurs fois lusqu'on obtienne deux faces ou deux pries une ois et pile 3 lois. Ecrivez l'un vers des éventualités plus déterminez les évenements suivants :
 - A «obtenir face une fois au moins»
- B «obtenir pile deux fors au plus»
- C «obtenir pile une fois au plus»

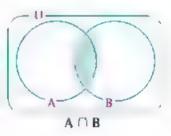
Opérations sur les événements.



A apprendre

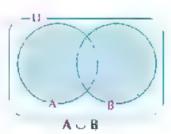
(1) L'intersection

L'intersection des deux évenements A et B est l'événement $A \cap B$ qui contient les éléments de l'univers des éventualités appartenant à A et B à la fois. Cela signifié la réalisation de A et B (réalisation des deux événements à la fois).



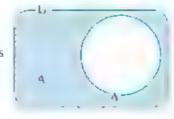
(2) L'union

L'union des deux ensembles A et B est l'événement A U B qui contient les élements de l'univers des éventualités appartenant à A ou B ou les deux à la fois. Cela signifie la realisation de A ou B (reulisation de l'un des deux au moins).



(3) La complémentarité

L'événement A' : est appelé le complément de l'événement A. L'événement A : contient tous les éléments de l'univers des éventualités n'appartenant pas à l'événement A. Cela signifie la ton réa isation de l'événement A.



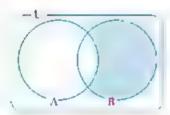
Remarque que : A \cup A \cap \cup , A \cap A' = ϕ

(4) La différence

L'événement A B contient tous les éléments de l'univers des éventualués U appartenant à A et n'appartenant pas à B. Ce sont les mêmes éléments que $A \cap B'$

Cela signifie la réalisation de A et la non réalisation de B réalisation de A seulement).

 $A - B = A \cap B' = A - (A \cap B)$



(5) Lois de De Morgan

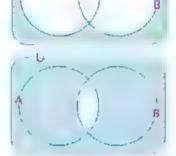
Si A et B sont deux événements de U, alors :

(1) $A' \cap B' = (A \cup B)'$

Cela signifie la non réalisation de l'un des deux événements) ou (la non réalisation de A et la non réalisation de B)

(A∩B) (A∩B)

Cela signific la non réalisation des deux événements à la fois ou (la réalisation de l'un des deux événements au plus)





A apprendre

Evénements incompatibles

On dit que deux événements A et B sout incompatibles si la réalisation de l'an deux implique la non réalisation de l'autre.

Par exemple : 1- Si A l'evénement « réassir dans un examen » et B l'événement « echouer au même examen », alors la réalisation de ,'un des deux événements implique la non réalisation de l'autre.

2-8 on lance un dé une fois et on observe le nombre inscrit sur la face su rérieure, alors: U = { . . . 2 . 3 : 4 . 5 . 6}

Si A est l'événement « obtenir un nombre impair » donc $A = \{1; 3: 5\}$ B est l'événement « obtenir un nombre pair » donc $B = \{2; 4: 6\}$

Alors A \(\hat{\Omega}\) B \(\phi\) donc la réalisation de l'un des deux événements implique la non réalisation de l'autre.

(eleftmittloh

- \triangleright On dit que deux événements A et B sont incompatibles si $A \cap B = \phi$
- On dit que plus eurs évérements sont incompatibles si et seulement s'ils sont incompatibles deux à deux.

Remarquez que :

- 1- Si A \cap B = ϕ , alors A et B sont incompatibles. Si A : B et C sont trais événements de U et si : A \cap B = ϕ , B \cap C $-\phi$, A \cap C $-\phi$ alors A, B et C sont des événements neompatibles et réc proquement.
- 2- Les événements élémentaires dans une expérience aléatoire sont incompatibles
- 3- Un événement A et son complémentaire A' sont incompatibles.

Exemple

- 4. On lance deux dés distincts et on observe les nombres inscrits sur les deux faces supérieures.
 - Représentez l'univers des éventualités géométriquement pais écrivez chacun des deux événements suivants ;

L'événement A « obtenir le même nombre sur les deux faces » L'événement B « obtenir deux nombres dont la somme est égale à 7 »

b Les deux événements A et B sont-ils incompatibles ? Expliquez votre répons

A Bolution

Les éléments de l'univers des éventualités de cette expérience sont des couples dont le nombre = 6² 36. La figure el-contre est la représentation géométrique de l'univers des éventualités où chacim de ses éléments représente un point comme le montre la figure.

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$B = \{(6, 1), (5, 2), (4, 3), (3, 4), (2, 5), (1, 6)\}$$

6 5 4 3 2 1 1 2 3 4 5 6

- b -;A∩B ø
- ... A et B sont deux événements meompatibles

Essayez de résoudre

4 Dans l'exemple précédant, écrivez les deux événements suivants :
 'évenement C « obtenir deux nombres dont la somme est 5 »
 l'événement D « obtenir deux nombres l'un est le double de l'autre »
 C et D sont-ils meompabbles ? Expliquez votre répons.

Probabilité



A apprendre

Calcul de probabilité :

Si tous les résultats de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire (les événements élémentaires) ont la même possibilité , alors la probabilité de la réalisation d'un évenement . $A \subset U$, (notée) P(A) où :

$$P(A) = \frac{\text{card }(A)}{\text{card }(U)} = \frac{\text{nombre des resultats de evenement A}}{\text{nombre des resultats de U}}$$



5 Une boûte contient 10 boules identiques, 5 blanches, 2 rouges et les autres vertes. On tire au basard une boule, calculez la probabilité des événements suivants :

L'événement A « la boule tirée est rouge »

L'événement B « la boule tirée est rouge ou verte »

L'événement C « la boule drée ne est pas verte »

Solution

La probabilité que la boule tirée soit rouge =
$$P(A) = \frac{\text{card } (A)}{\text{cond}(U)} = \frac{\text{nombre des boules rouges}}{\text{non-tire and des soules}} = \frac{2}{10} = 0.2$$

time but das at a go imagen-invirabre das houses vertes

La probabilité que la boule tirée soit rouge ou verte -

nombre tetal des boules

$$=\frac{2}{10}\frac{3}{10}=\frac{5}{10}=0.5$$

La probabilité que la boule arée ne soit pas verte $\Rightarrow P(C)$

- La probabilité que la boule tirée soft rouge ou blanche = $\frac{2+5}{10}$ = 0.7

Réfléchissez: Peut on trouver P (C) d'une autre méthode? Expliquez.

Essayez de résoudre

5 Dans l'exemple précédant, calculez la probabilité des événements survants : L'événement D « la boute tirée soit rouge ou blanche » L'événement E « la boule tirée soit rouge , blanche ou verte »



Á apprendre

Axiomes de la probabilité

1- Pour tout A ⊂ U il existe un nombre réel appelé la probabilité de l'évenement A et noté P(A) tel que : 0 ≤ P(A) ≤ 1

3- Si A ⊂ U , B ⊂ U et si A et B sont deux événements incomparibles, Alors · P(A ∪ B) = P(A) * P(B)

D'après les axiomes précédents, on remarque que ;

Le premier axiome signifie que la probabilité de la realisation d'un évenement est un nombre réal appartenant à l'intervalle f0 ; 11

Le deuxieme axiome signifie que la probabilité de la réalisation de l'évenement certain = 1

Unité 4: Propasi ité

On peut généraliser le troisième axiome pour un nombre fini d'événements incompatibles $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup ... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + ... + P(A_n)$

où A_1 , A_2 , A_3 , ..., A_n sont des événements incompatibles deux à deux.

Résultats importants

- (1) $P(\phi) = 0$
- (2) P(A') 1 P(A)
- (3) $P(A B) = P(A) P(A \cap B)$
- (4) $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(A \cap B)$



alors $P(A) \leq P(B)$

Exemple

6 A et B sont deux événements d'univers des éventualités d'une expérience aléatoire où .

$$P(A) : \frac{3}{8} \text{ et } P(B) = \frac{3}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{4}, \text{ calculex}:$$

- # P(AJB)
- b P(A')
- d P(A \ B)

Solution

*
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

b
$$P(A')=1-P(A)$$
 = $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

$$\Phi$$
 P(A B) -P(A) P(A∩B) = $\frac{3}{8} = \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

d
$$P(A^{1} \cap B^{2}) = P(A \cup B) = 1 \cdot P(A \cup B) = 1 \cdot \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

Essayez de résoudre

(6) Dans l'exemple précédent, calculez les probabilités survantes :

P(B')

- b P(B A)
- IS PIALLA

Exemple

7 A et B sont deux évenements d'autivers des éventualités d'une expérience aléatoire où $P(A) = \frac{5}{g}$. $P(B) = \frac{1}{2}$ et $P(A - B) = \frac{3}{8}$ calculez

- # P(A∩B) (b) P(A L B)
- P(A'OB) IN P(A'UB)

Solution

•
$$P(A \cap B) = P(A) - P(A - B) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

A P(A∪B) = P(A) + P(B) - P(A∩B) =
$$\frac{5}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$$

•
$$P(A^{T} \cap B^{T}) = P(A \cup B)^{T} = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{d}{d} P(A' \cup B) = P(A \cap B') = 1 P(A \cap B) = 1 P(A \cup B) \\
= 1 \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Réfléchissez: Peut-on trouver P(A' \cup B) d'une autre méthode?

📔 Essayez de résoudre

- Dans l'exemple précédent, trouve :

- b PIALLIBY
- ♠ P(B ∩ A)

Exemple

- A et B sont deux événements de 'univers des eventualités d'une expérience aléatoire tei que $P(A') = \frac{1}{2}P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ trouvez:
 - D'événement A « la réalisation de l'un des événements au moins »
 - b l'événement B « la réalisation de l'un des événements au plus »
 - L'événement C « la réalisation de B seulement »
 - d L'événement D « la réalisation de l'un des événements seulement »

Solution

$$P(A \cup B) = \frac{5}{8} \qquad P(A \cap B) = I - P(A \cap B) = \frac{5}{8} \qquad P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

$$P(A) = \frac{3}{2}P(A) = \frac{3}{2}P(A) = \frac{3}{4}P(A) = \frac{3}{4}$$

- # _ événement A « .a réalisation de l'un des événements au moins » = $P\left(A \cup B\right)$ $=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$
- **b** L'événement B « la réalisation de l'un des événements au plus » = $P(A \cap B)$ $P(A' \cup B') = \frac{3}{6}$
- L'événement C « la réalisat, on de B seulement » = P (B · A) $= P(B) \circ P(A \cap B) = \frac{1}{2} \circ \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$
- d L'événement D « la réalisation de l'un des événements senlement » $= P(A \cup B) - P(A \cap B)$ $\frac{7}{6} - \frac{3}{6}$

Refléchissez : Peut on trouver la propabilité de la réalisation de l'un des évenements sculement d'une autre methode?

Escayez de résoudre

- (8) A et B sont deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire te, que P(A) = 0.8, P(B) = 0.6, $P(A \cup B)^* = 0.1$. Tyouyez la probabilité des événements:
 - 3 L'événement A « la réalisation de l'un des deux évenements au moins »
 - b L'événement B « la réalisation de A seulement »
 - L'événement C « la réalisation de ,'un des événements seulement »
 - d L'événement D « la réalisation de l'un des deux événements au plus »

Exemple

- Soient A et B deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire et P. la fonction de probabilité définie sur U où.
 - P(B) = 3P(A), $P(A \cup B) = 0.72$, trouvez; P(A), P(B) dans chacun des cas suivants; Si A et B sont deux événements incompatibles.

139

Solution

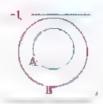
1) : A et B sont deux événements incompatibles

$$P(A \cup B) = P(A) P(B)$$

$$P(A) = 0.18 : P(A) = 0.18 \text{ et } P(B) = 0.54$$

$$P(A \cup B) = P(B) = 3x = 0.72$$

$$P(A) = 0.24 \cdot P(B) = 0.72$$



13

Essavez de résoudre

(9) Soient A et B deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire et P la fonction de probabilité définie sur L'où

 $P(B) = \frac{1}{5}$ et $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ trouvez P(A) dans chacun des cas suivants.

Si A et B sont deux événements incompatibles.

b Si B C A

Pensé critique :

Comment peut-on calculer P(A) su $A \subset U$, U est l'univers des éventualités d'une experience aléatoire. P'est la fonction de probabilité définie sur U et $\frac{P(A)}{P(A)} = \frac{3}{7}$

Essayez de résoudre

Soient E l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire où L = {A , B , C}, si $\frac{P(A')}{P(A)} + \frac{2}{3}$ et $\frac{P(B)}{P(B)} + \frac{5}{2}$ trouvez P(C)

Exemple

- 10 En hen avec le milieu scolaires; Si la probabilité qu'un étudiant réussisse son examen de physique est 0.85; la probabilité qu'il réussisse son examen de mathématiques est 0.9 et la probabilité qu'il réussisse les deux examens ensemble est 0.8; calculez la probabilité de :
 - La réussite de l'étudiant à l'un des deux examens au moins.
 - La réussite de l'étudiant en mathématiques seulement
 - La non réussite de l'étudiant aux deux examens ensemble.

Solution

Soient A l'événement « réussite de l'étudiant en physique » et B l'événement « réuss te de l'étudiant en mathémanques .

Oma: P(A) 0.85 , P(B) 09 , P(A OB) 08

- La probabilité de la réassite de l'étuciant à l'un des deux examens au moins = P(A ∪ B)
 ∴ P(A ∪ B) = P(A) = P(B) = P(A ∩ B) = 0.85 ± 0.9 ± 0.8 = 0.95
- b La probabilité de la réassite de l'étadiant en mathématiques soulement signific la probabilité de la réassite en mathématiques et la non reassite en physique c'est à dire P(B A)
 ∴ P(B A) = P(B) P(B ∩ A) = 0.9 0.8 = 0.1

- L'événement « non réussite de l'étudian, aux deux examens ensemble» = (A ∩ B);
 C'est l'événement complémentaire de l'événement (A ∩ B)
 - $\therefore P(A \cap B) = I \quad P(A \cap B) = I \quad 0.8 = 0.2$

Application de la vie courante;

Essayez de résoudre

- Pour être recruté à un poste dans une entreprise, la personne doit passer deux tests. L'un est théorique et l'autre est pranque. La probabilité de réussir le test théorique est 0.75 : la probabilité de réussir le test pranque est 0.6 et la probabilité de réussir les de ax tests ensemble est 0.5. Une personne so présente pour la première fois pour avoir ce poste. Calculez la probabilité de :
 - a Réussir le test inéorique seulement
- b Réussir l'un des deux tests au moins.

Pense critique;

En lien avec le sport. A Lors d'une conférence de presse, l'entraineur d'une équipe declare que la probabilité que son équipe gagne le match d'allée est 0,7, la probabilité qu'elle gagne le match de retour est 0,9 et la probabilité qu'elle gagne les deux matchs easemble est 0,5. Les déclarations de l'entraineur de l'équipe sont elles compat bles avec la notion de probabilité ? Exphquez votre réponse.

Exemple

- 11 On lance un dé non truqué deux fois de suite et observe les nombres apparus sur la face supéneure. Calculez la probabilité de chacun des événements suivants
 - (1) A « la somme des deux nombres est plus petit ou égale 4.4 »
 - (2) B « l'un des deux nombre est le double de l'autre »
 - (3) C « la différence absolue des deux nombres est 2 »
 - 41 2 « la somme des deux nompres est plus grand que 12 »

O Solution

card (U) = 36

(I)
$$A = \{(-1), (1/2), (1/3), (2/1), (2/2), (3/1)\}$$
 $\Rightarrow sand(A) = 6$ $\Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(2)
$$B = \{ (1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 6), (6, 3) \}$$
 $\therefore carc(B) = 6$ $\therefore P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(3)
$$C = \{(1,3), (3,1), (2,4), (4;2,(3,5),5,3), (4,6), (6;4)\}$$
 $\therefore P(C) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

 $\phi : D = \phi$, $\phi : P(D) = 0$ car ce n'est possible d'avoir deux nombres dont la somme est plus grand que 12 .

🙀 Essayez de résoudre

- 12 Dans l'exemple précédent, calculez les probabilités des événements suivants .
 - (1) l'évênement A « Les deux nombres apparus sont égaex »
 - (2) l'événement B« ..e nombre de la première lance est pair et le nombre de la deuxième lance est impair »

Exemple

- 12. On jette une pièce de monnaie non pipée trois fois de suite et on observe la succession des piles et des faces. Calculez la probabilité de chacun des événements suivants.
 - (1) l'evénement A « obtenir face une fois seulement
 - (2) l'événement B « obtenir face deux fois au moins .
 - (3) l'événement C « obtenir face deux fois éxactement .

Solution

$$L_{i} = \{ (F ; F ; F), (F ; F ; P), (F ; P ; F), (F ; P ; P) , (P ; F ; F), (P ; F ; P) , (P ; P ; F), (P ; P ; P) \},$$

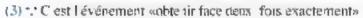
$$ct card (U) = 8$$

(1) */ A est l'événement « obtenir face une fois seulement.

$$A = \{(P, P; P), (P, F; P), (P, P; F)\},$$
 $cord(A) = 3$ $A = P(A) = \frac{3}{8}$

(2) : B est l'événement « obtenir face deux fois au moins » c'est-à- dire-obtenir deux ou trois faces

∴ B = { (F; F; P) . (F; P; F). (P; F; F), (F; F; F)}
∴ card (B) = 4
∴ P(B) =
$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



$$\therefore C = \{ (P; F; P), (F; P; F), (P; F; F) \} \implies \operatorname{card}(C) = 3 \implies \therefore P(C) = \frac{3}{8}$$

Essayez de résoudre

- (i) Dans l'exemple précédent, Calculez la probab lité des évenements suivants
 - (1) l'événement A « obtenir le même résultat dans les trois jets»
 - (2) l'événement B « obteaur face une fois au plus.»
 - (3) l'événement C « obtenir un pombre impair de faces»
 - (4) Γένέπειπεπt D « obtenir pile une fois au moins.»
 - (5) l'évenement F « obteaur un nombre de faces équivalent au pombre de pues »

Exemple

13 En lien avec la société; Dans l'un des conférences il y avait 200 personnes de nationairé différentes comme l'indique le tableau ci dessous

	Parle arabe	Parle anglais	Parle français	Total
	50	45	25	120
-	45	30	\$	80
	95	75	30	200

Si on choisit une personae au hasard, troavez la probabilité que la personae choisie suit

- a Une femme qui parle arabe.
- .b Un homme qui parle anglais.
- c Une personne qui parle 'arabe ou français.
- d Une personne qui par e l'arane et l'anglais,
- . Une femme qui ne parte ni l'anglas ni l'arabe.

> Solution

- **3** La probabilité que la personne Choisissez soit une femme qui parle arabe $= \frac{45}{200} = 0.225$
- **b** La probabilité que la personne Choisissez soit un homme qui parle l'anglais $=\frac{45}{200}=0.225$
- C La probabilité que la personne Choisissez soit une personne qui parle 1 arabe ou français $= \frac{95 + 30}{200} = 0.625$
- d I a probabil té que la personne Choisissez soit une femme qu' ne parle ni l'anglais ni l'arabe $-p(\phi)=0$
- La probabilité que la personne Choisissez soit une femme qui ne parle ni l'anglais ni l'arane 5 = 0.025

Essayez de résoudre

- 14 Dans l'exemple précédant, Calculez la probabilité que la personne Choisissez
 - Ene personne qui ne parle pas l'angials b une personne qui parle l'allemand
 - 6 Lue fearme qui parte le français ou l'ang ais.
 - d Un homme qui parle l'arabe où une femme qui parle l'anglais.



- (1) Un élève veut acheter un cartable. Il a le choix entre trois sortes de cartables à deux volumes différents et à deux couleurs différentes noire et marron. Représenter l'univers des éventualités de cette situation par un arbre graphique.
- (2) On jette une pièce de monnaie puis un dé et on note le résultat apparu sur leurs races supérieures.
- Berivez l'univers des éventualités puis détermine les événements suivants
 - ➤ l'événement A « obtenir face et un ...> l'événement B « obtenir p.le et un nombre numbre unpair », pair »
 - ➤ l'événement C « obtenir un nombre → l'événement D « obtenir un nombre divisible premier plus grand que 2» par 3»
- (3) On jette un dé deux tois de state et on note le nombre apparu sur la tace supéneure, détermine les événements suivants :
 - Fl'événement A « obtenir deux nombres » l'événement B « obtenir deux nombres égaux.»
 dont la somme est 9 ».

- ➤ l'événement C «obtenir deux > l'événement D « obtenir 3 une seul fons».
 nombres dont la somme est 13 »
- Formez un nombre de deux chiffres différents parm, les chiffres {1,2;3,4} Représentez funivers des éventualités par un arbre graphique, écrivez l'univers des éventualités pais détermine les événements suivants :
 - l'événement A « obtenir un nombre dont le chiffre des mités est impaire».
 - ¿ ¿ čvénement C « obtenir un pombre dont les deux ch.ffres sont impaires».
- l'événement B « obtemir un nombre dont le chiffre des dizaine est impaire »
- l'événement Dissible des dissibles des unités ou le chiffre des dissibles est lampaire.
- (5) Un suc contient 20 cartes identiques nimérotées de 1 à 20. On tire au hasard une carte et on note le nombre insert sur cette carte. Déterminez les événements survants :
 - (a) L'événement A « obtenir un nombre pair supérieur à 10 »
 - (b) L'évenement B « obtemir un diviseur de 12»
 - (c) L'événement C « obtenir un nombre impair divisible par 3 »
 - (d) L'événement C « obtenir un nombre multiple de 2 et de 5 »
 - (e) L'événement D « obteur un nombre premier »
 - Uévénement F « obtenir un nombre véritiant l'inéquation 5x 3 ≤ 17
- 6 Parmi 8 cartes identiques numérotées de 1 à 8, on tire au hasard deux cartes l'une après l'autre avec remise. Quel est le nombre des éléments de l'univers des éventualités :
 - a) S. l'événement A « le nombre dans le deuxième tirage est le triple du nombre dans le premier tirage »
 - b) l'événement B « la somme des deux nombres es, supéneure à .3 » Ecrivez A et B. A et B sont ils incompatibles ? Expliquez votre réponse.
- (7) On jette une prêce de monnaie trois fois de suites et on note la succession des faces et des piles. Représentez l'univers des éventualités par un arbre graphique plus déterminez les événements sujvants :
 - (a) l'événement A « obtenir pile deux fois au moins »
 - (b) l'événement B « obtenir pile deux fois au plus »
 - (c) l'événement € « obtenir face dans le premier jet »
 - (d) l'événement D « ne pas obtenir face dans les trois jets »
- (8) On jette une pièce de monnaie pais un de On note les résultats apparus sur les faces supérieures de la pièce et du dé. Représentez l'univers des eventualités par un arbre graphique puis determinz les événements survants :
 - (a) l'événément A « obtenir pale et un nombre pair »
 - (b) l'événement B « obtenu face et un nombre impair »
 - (c) l'événement C « la non réalisation de A ou la non réalisation de B »
 - (d) l'événement D « la réalisation de A seulement »
 - (e) l'événement E « la réalisation de A et la réalisation de B »

Choisissez la honne réponse parmi les proposées :

- (9) Si on jette un de une seule fois, alors la probabilité d'obtenir un nombre impair inferieur à 5 est .
 - 4.
- 1
- 1 1 1 m
- **1** 6
- (10) Si on jette un dé deux fois de suite, alors la probabilité c'obtenir un nombre pair dans le

	prem er jet et un nombro	e premier dans le de	uxième jet est :	4	
	# 1 x	<u>b</u>	1 de 1	<u>4</u>	
Û	Une boite contient 3 bot une boule, alors la prob-	abilite que la boule (mee soit blanche o		tire au hasard
	2 5	b 2	15	** 支	
13)	Une botte contient 9 ca alors la probabilité que l a $\frac{1}{3}$				
13	Solt A et B deux évén Si B \subset A et P (A) = 2P(1 B 0.6			s d'une expérier	nee aléatoire.
14)	On jette un dé régulier e le nombre apparti sur la Calculer la probabil	face supérieure.			Pecon hate
	 L'événement A «o impair». L'événement C «oi pair». L'événement G » o formé d'un seul chif 	ptenîr un nombre	 L'événement premier». L'événement grand que 12» L'évenement l'de deux ch.ffre 	D « abtenir un : F « obtenu un ne	
	b Calculez : P(AUC),P(U∪F),P(B∩	D).		
Œ	Solt $U = \{ A, B, Si, P(A) \mid 3P,B\}, P(C)$	C , D) l'univers $P(D) = \frac{7}{8}$, Calcal	des éventual tés lez P(A) et P(B) p	d'une expérien dus grama qua 12	ice aléatoire.
<u>(6)</u>	Soit A et B deux évener aléatoire et P(A \cup B) =				ne experience
17	Soit A et B deux événe $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{3}{8}, P(A)$ a $P(A')$		des éventualités	d'une expérience	
(18)	Soit A et B deux évêne P(A) (.4. P(B) = 3P(B B la réalisation de A s la réalisation de A e	ments de l'univers Det P(A∩B) = 0.2, culement.	des éventualités o Calou ez la probac	L'une expérience	धर्दिक्षणीय हो । अपर अवश्वारत :
19	Une boîte content des				oules touges.
	6 houles bleues at 5 hou	ass Jaunes, On the n	ne oone at hasar	Ц	
Cal	leulez la probabilité que l e soit rouge.	a boule tirée soit :	b soit bleu ou	i jaune.	

d ne soit ni rouge ni jaune,

e ne sort pas bleu .

- 20 Une borte contjent des cartes numérotées de 1 á 30 On tire au hasard une carte, Calculez la probabilité que la carte tirée porte- un nombre divisible par 3 b un nombre divisible par 5 Ln nombre divisible par 3 et par 5 an nombre divisible par 3 ou par 5 21) On jette une fois trois préces de monnaie distinctes. Calculez la probabilité de chaçun des événements suivants : L'événement A « ontenir face une ou > L'événement B « obtenir face au moins une fois. » deux fois»... L'événement C « obtenir face une fois > L événement D « obtenir pile deux fois de suite au moins ». (22) On lance un dé deux fois de suite et on note le nombre inserit sur la face supérieure. Calcutez la probabilité de chacun des événements suivants : > L'événement « obtenir le nombre 4 > L'événement « la somme des deux nombres obtenus est égale à 8 ». lors du premier jeta... L'evénement « la somme ces deux hombres obtenus est inferieure ou égale à 5 ». 23) En lien avec le sport : Dans un échanallon constitué de 60 personnes, on trouve que 40 personnes supportent le c ub Al Hilal, 28 personnes supportent le club Al Negma et 8 personnes ne supportent aucua des deux clubs sl on choisit une personne de l'échentillon. qu'elle est la probabilité que la personne choisie soit un support: de l'un des deux clubs au moias? b des deux clubs ensemble? c du club Al Hilal sculement? d de l'un des deux clabs seulement? 24. On jette une pièce de monna e puis un dé. O note le résultat apparu sur la tace supérieure de celte piece et le nombre appara sur ce dé 5, l'évéliement A « obtenir face et un nombre premier». l'événement B « obtenir un nombre pair. Calculez la probab lité de chacun des événements suivants: la réa isation de l'un des deux événements au moins. la réa isation des deux événements à la fois la réalisation de B seulement d la réalisation de l'un des deux événements seulement. 25) On tire au hasard une carte parmi 50 cartes numéroitées de 1 à 50. Calculez la probabilité que la carte tirée porte un nombre : b qui est carrée parfait a qui est multiple de 7 🗣 qui est multiple de 7 et carrée parfait d' qui n'est ni carrée parfait ni multiple de 7 26 Son A et B deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire et : $P(B) = {}^{4}_{5}P(A), P(A-B) = 0.24$ et $P(B \cap A') = 0.15$ Trouvez: $P(A), P(B), P(A \cup B), P(A \cup B)$ 27 Tarek a éent 75 messages sur an ordinateur. Il a trouvé que 60% de ce qu'il a éent sont sans crreur. Zeyad a écrit 25 messages, Il a trouvé que 80% de ce qu'il a écrit sont sans erreur. Si on choisi au
 - 146

a sans erreur.

hasard un message de ce qu'ils ont écrit, troi ve la probabilité que le message choisi soit

font par zeyad et sans erreur.
 Farek l'a écrit avec des erreurs.
 Soit A et B deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire tel que:

 $P(A) = 0.6 \cdot P(B) = 0.8 \text{ et } P(A \cup B) = 0.5, \text{ alors trouvez } P(A' \cap B)$

b écnt par Zeyad.

Résumé de l'unité

- **Expérience aléatoire :** C'est une expérience dont on peut déterminer parfaitement, par avance, toutes les issues possibles mais on ne peut pas prévoir, laquelle de ces résultats sera réalisé
- 2 Univers des éventualités (univers des résultats). L'univers des éventualités d'une expenence aleatoire est l'ensemble de toutes les issues possibles de cette expénence et on le note U.
- 3 L'événement : C'est un sous ensemble de l'univers des éventualités,
- 4 L'événement élémentaire : C'est un sous ensemble de l'univers des éventualités qui contient un seul élément.
- 5 L'événement certain: C'est l'événement dont les éléments sont le même que , univers l'.
- **6** L'événement impossible : C'est l'événement qui ne contient aucun élément. Il est noté ϕ
- 7 Opérations sur les événements: L'intersection l'union la complémentanté la différence.

Evénements incompatibles

- \triangleright On dit que deux événements A et B sont incompatibles s. $A \cap B = \phi$.
- On dit que plusieurs événements sont incompatibles si et seulement si ils sont incompatibles deux à deux

9 Axiomes de la probabilité

- Si U est univers d'une expérience aléatoire et ses événements élémentaires sont équiprobables
- Alors la probabilité de la réalisation de A ⊂ U qui est notée P(A)
 card (Å)
 card (Å)

10 Axiomes de la probabilité

- Pour lout A ⊂ U , il existe un nombre réel appelé la probabilité de l'événemen. A et notée P(A) tel que : 0 ≤ P(A) ≤ I
- P(U) = 1
- > Si $A \subseteq U$; $B \subseteq L$ et A, B sont deux événements incompatibles, alors : $P(A \cup B) = P(A) P(B)$
- 11 St $A \cup A_2 \cup A_3 \cup ... \cup A_p = U$ et ils sont tous meompatibles deux à deux, alors $P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + ... + P(A_n) = 1$
- **12** $P(\phi) = 0$
- **13** Si $A \subseteq U$ où U est l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire, alors P(A') = 1 P(A)
- 14 St A et B sont deux événements d'une experience alcatoire, alors
 - * $P(A \cup B) P(A) P(B) P(A \cap B)$ * $P(A B) = P(A) + P(A \cap B)$

15 Événements sous la forme verbale, leurs présentations par le diagramme de Venn et leurs probabilités :

probabilités :		
Kamarga dali dali da man	Representation de l'évenement poe un disgramme de Venn	Probabilité de la réalisation de l'événement
Non réalisation de l'événement A	A' A	P(A) = 1 $P(A)$
Réalisation de A ou B (réalisation de l'un d'eux au moins)	A L B	$P(A \cup B) \subseteq P(A) + P(B) = P(A \cap B)$
Réal sation de A et B (real sation des deux á la fois)	A O B	P(A∩B) P(A) P(B) P(A∪B)
Réalisation de A seulement (réalisation de A et non réalisation de B)	$A \cdot B = A \cap B' = A \cdot (A \cap B)$	$P(A \mid B) = P(A) \mid P(A \cap B) = P(A \cap B)$
Réalisation de l'un des deux évenements seulement (réa isation de A sculement ou B seulement)	(A - B) U (B - A)	$P((A \mid B) \cup (B \mid A))$ $= P(A \cup B) + P(B \cap A)$ $= P(A \cup B) - P(A \cap B)$
Non réalisation d'aueun des deux événements (non réalisation de A et non réalisation de B	$(A \cup B) - A' \cap B'$	$P(A \cup B) = P(A \cap B) = I P(A \cup B)$
Non réalisation des deux événements à la fois (non réalisation de A ou non réalisation de B)	$(A \cap B) - A \cup B$	P(A \(\mathballer\) B) P(A \(\mathballer\) B) 1 P A \(\mathrea\) B)
Non réalisation de A soulement (réalisation de B ou non réalisation de A)	$(A-B) = B \cup A'$	$\hat{P}(A \mid B)' = 1 \cdot P(A \mid B) - P(B \cup A')$ $P(A') \cdot P(A \cap B)$



Exercices généraux



Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

On jette un dé deux fois de suite :

- (1) (1) La probabilité d'obtenir 5 dans le premier jet et 6 dans le deuxième est
 - a 1
- b 1/30
- 16 36
- d 1
- (2) La propabilité d'obtenir 5 dans l'un des deux jets et 6 dans l'autre est
 - . 1 12
- **b** $\frac{1}{6}$
- £ 36
- <u>d</u> 18
- 3 La probabilité d'obtenir deux nombres égaux dans les deux jets est
 - 1

- by 1/36
- · i
- · 4 1 18

Si A et B sont deux événements de l'univers des éventualités d'une experience aléatoire, choisissez l'événement qui représente la partie hachurée :

- (4) * U (A U B)
- b AUB
- 4 U (A UB')
- # (A | B)

(5) IN APPR

- B AUB
- a (AUB)
- # A'UB
- (A ∪ B) (A ∩ B)
- 1 U -(A∩B)
- ♥ U (A∪B)
- # L-(A | B)
- ⑦ U (A ∩ B)
- A A AB
- € (A-B) U(B-A)
- d U-(A B)



(a) Parmi les chiffres du nombre 4321, formé des nombres formés des deux aniffres différents. Représente l'univers des éventualités par un arbre graphique puts curivez le et les événements suivants

l'événement A « ensemble des nombres premiers »

l'événement B « ensemble des nombres divisible par 3 »

l'événement C « ensemble des nombres divisible par 3 et par 5 »

l'événement D « obtenir des nombres dont le chiffre des unités est le double de ce ui des dizaules »

(9) On jette un dé une seule fois et on note le nombre apparu sur la face supéneurs.

Calculez la probabilité que ce nombre soit:

a premier

- b un diviseur de 6
- c impair divisible par 3

(ii) Si A et B sont deux événements de l'univers d'une expérience aléatoure.

Complète ce qui suit pour obtenir des propositions correctes :

Si A et B sont deux événements incompatibles, alors :

> ADB-____ > A-B=____ > B-A=

b Si B C A alors.

 \triangleright $(A \cap B) =$ \triangleright $A \cup B =$ \triangleright $B \cdot A =$

• Si P(A) = 0.3, P(B) = 0.5 et $P(A \cap B) = 0.1$ alors:

 \triangleright P(A \bigcirc B) = \triangleright P(B A) = \triangleright P(A \bigcirc B) =

d SiA∩B = Ø, P(A) 0,7 et P(B') 0,4 alors:

 $P(A \cup B) = \text{the constitute plants} \qquad P(A \cap B) = \text{the constitute page} \qquad P(A - B) = \text{the constitute page}$

- Si A et B sont donx événements de l'univers des éventualités d'une experience aléatoire, A ⊂ B . P(A) = 1/2, et la probabilité de la réatisation de B seulement est égale à 0,2. Calcu ex la probabilité de la non réalisation de B.
- (1) Si A et B sont deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aleatoire . P est la fonction de la probabilité définite sur U et $P(A) = \frac{1}{2}$, P(B) = x et $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

a Trouvez x si

b A et B sont incompatibles.

c A ⊂ B.

b $Six = \frac{1}{A}$ trouvez $P(A \cap B)$.

(3) Si A et B sont deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aleatoire. Exprimez chia un des événements suivants par des expressions symboliques puis représentez-les par un d'agramme de Venn

a la non réalisation de A la réalisation des deux événements A on B

la réalisation de B seulement.
 d la réalisation de A et la non réalisation de B.

• la non réalisation des deux événements à la fois.

1 la réalisation de l'un des deux événements seulement.

(14) On jette une pièce de monnaie trois fois de suite. On note la succession des faces et des piles. Représentez I univers des éventualités de cette expérience par un arbre graphique puis calculez la probabilité de chacun des événements suivants :

a L'événement A « obtenu face deux fois exactement »

b L'événement B « obtenir face deux fois au plus »

c L'événement C « obtenir pile une fois au pais »

d L'événement D « obtenir le même résultat dans les trois jets » .

- (15) On lance un dé deux fois de suite et on note le nombre apparu sur la face superieure
 - Dessuier une ligure géométrique représentant l'univers des éventualités L sur laquelle, montrez les événements suivants
 - ¿ L'événement A « obte nir deux nombres cont la somme est un nombre impair et plus grand que 6 ».
 - ➤ L'évépennent B « obtenir deux nombres dont l'un est 2 et la somme ≤ 5 ».
 - L'événement C « obtemi deux numbres égaux ».
 - b Lesquels des événements A : B et C sont incompatibles deux à deux?
 - Calculez se que suit: P(A ∪ B) , P(B ∩ C) , P(A ∪ C) , P(B C).
- Parm e nq cartes ident ques numérotées de 2 à 6, on tire deux cartes l'une après l'autre avec remise et on observe le nombre inserit sur la carte tirée pour former tous les nombres à deux chiffres possables. Irouver la probabilité que :
 - a le cuifire des unités son un nombre premier.
 - b le chiffre des dizames soit impair.
 - le chiffre des amités soit un nombre premier ou son chiffre des dizaines soit un nombre împai;.

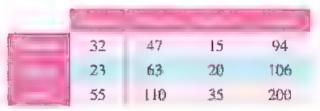
Journal:

- Dans un échantillon de 50 personnes on trouve que 27 personnes lisent le journal A, 24 personnes fisent le journal B et 9 personnes lisent les deux journaux ensemble. On choisit une personne de cet échantillon au hasard. Calculez la probabilité que la personne cho,sie lise,
 - a le journal A seulement.

🕨 l'un des deux journaux au mois.

Tourisme:

(a) Dans l'un des spectacles du son et aumière présenté aux Pyramides, il y avait 200 personnes de nationalité différentes comme l'indique le tableau en contre. Si on choisit un spectateur au hasard à l'ande des trekets d'entrée pour lui offrir un souvenir, trouve la



probabilité que la personne choisie soit ;

- 🗷 ил потте едгореет. 🕩 иле ветте атетсаще
- une femme. une personne qui a une nationalité arabe ou une européenne
- (19) Sort U = {A; B; C}, l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire tel que , 20P(A) = 15P(B) = (2P(C) trouvez * P(A), P(B) et P(C)



Complétez ce qui suit :

- (1) Si on jette un de une fois et on note le nombre apparu sur la face supérieure, alors l'univers des éventualités U =
- (2) Si on jette une prêce de monnaie deux fois de suite et on note le résultat appart, sur la face su sérieure, alors l'événement « avoir face une fois au plus » =
- (3) Si on jette un dé puis une pièce de mounair, et on note le résultat apparu sur la face supérieule de chacun, alors l'événement « uvoir un nombre premier » =
- (4) Si on jette un dé deux fois de suite et on note le nombre apparu sur la face supérieure, alors l'événement « la somme des deux nombres est 5 » —
- (5) Si on tire au hasard une carte parmi 20 cartes identiques numérotées de 1 à 20 et on note le nombre inscrit sur la carte tirée, alors l'événement « le nombre inscrit sur la carte tirée est devisible par 3 » =
- (5) Si A C U ou U est l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire et P(A') = 3 P(A) prouvez P(A')
- (8) Une boite contien (20 cartes identiques numérotées de 1 à 20. Si on tire aléatoirement time carte de cette boite, trouvez la probabilité que le nombre inscrit soit ;
 - a divisible par 6
- premier supérieur à 10
- c un facteur de 12
- (9) Soient A et B agux événements de l'univers des éventua tés d'une expérience a éatoire Si P (A U B) = 0.85, P(A) = 0.75 et P(B) = 0.6 trouvez :
 - a P(A n B)
- b P(ACB)

- C P(A JB)
- (9) Soient A et B deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire Si P (A) = ²/₃ P(B), la probabilité de l'événement « l'un de deux événements est realisé au p us» est égal à 0,75 et la probabilité que l'un de deux événements est réalisé au moins est égal à 0,6 ; trouvez la probabilité de chacun des événements su vants :
 - B la réalisation des deux événements simultanément .
 - b la réalisation de l'un des deux événements seulement.
 - la réalisation de A et la non-réalisation de B.
- (1) Soient A et B deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. Si P(A) = \frac{3}{5} P(A \subset B) = 0.45; trouvez P(B) dans chacun des cas suivants :
 - A et B sont œux événements incompatibles

 $A \subset B$

P(B-A) = 0.2

- 12 Un groupe touristique; se compose de 19 Russes, 17 Italie is et 14 França s. Si on chois t au hasard un touriste parmi eux, calculez la propabilité que le fouriste choisir.
 - sort Russe ou français -

b ne sort pas Français.

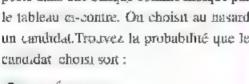
c soit Européen.

- soit Néerlandais.
- (1) En hen avec l'environnement scolaires : Dans la cérémonie d'hommage des étudiants supérieures, la probabilité que le gouverneur assiste à cette cérémonie es, égal à 0,8 , la probabilité que le directeur général assisté à cette déréntome est égal à 0,9 et la probabilite que les deux assistent en meme temps est égal a 0,75. Trouvez la probabilité de chacun des événements suivants.
 - l'assistance du gouverneur seulement ;
 - b l'assistance de l'un de deux au moins.
 - la non assistance de deux ensemble.
- (14) Soient A et B deux évenements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire Ai P(A) = 0.6; P(B) = 0.3 et $\text{P(A} \cup \text{B)} = 0.9$. Trouvez la probabil té de chacur des événements suivants :
 - la réalisation de A ou B.

- b la réalisation de A et non B
- la réa isation de A seulement ou B seulement
- Soit U l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire tel que U = {A, B, C}

$$\frac{P(C')}{P(C)} = \frac{7}{3} \text{ et } 2 P(B) = 3 P(B), \text{ trouvez.} \frac{P(C')}{P(C)}$$

- 36 Soient A e. B deux evénements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. Si P(A) = 0.6, P(B) = 0.5 et P (A' B') = 0.7. Trouvez la probabilité de chacun des événements suivants :
 - 3 la réglisation de A et B ensemble
 - la réalisation de A seulement
 - la réalisation de l'un de deux événements au moins
 - d la réalisation de l'un de deux événements seulement
- 17, 50 candidats se sont présentés pour un poste dans une banque comme indiqué par le tableau ca-contre. On choisit au nasard un candidat. Trouvez la probabilité que le



- a une femme .
- b baccalauréat.
- C licenciés
- d femme on licenciée.

		January Hothers I	/405ch
	16	14	30
l Sac elle	12	8	20
-เกิรง	28	22	50

Epreuves Générales

Epreuve (1)

Epreuves générales

Répondre aux questions suivantes

Premier question: Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- (1) Soient deux forces d'intensités 31 , 2n et l'intensité de lei r resultante 5 F, ators la mestire de l'angle entre leurs droites d'action est:
 - a zémi
- to 60°
- € 20°
- d 180°
- Une voiture se de lace avec une vitesse uniforme de 90 km/h pendant 30 minutes , alors la distance parcourus durant cette période en km est égale à:
 - # 3·
- b 27
- 6 45
- d 162

- 3 Tous les cas suivants déterminent un plan sauf
 - . Une drone et un point qui ne lui pas appartient.
 - b Deux droites parallèles différentes,
- Deux droites sécantes.
- d Deax droites non coplanaires.
- Si on jette une pièce de monna e une fois et on note le résultat appara sur la face supérieure, alors la probabilité de ne pas optenir face est.
 - 8, (

- b 1/3
- <u>s</u> 1/2
- d |

Deuxjème question:

- (1) Soient T = 5 T + 3 T et $\frac{1}{2} = a$ T + 6 T et $\frac{1}{2} = -14$ T + b T those forces concourantes et leurs résultante $R = (10 \sqrt{2}, \frac{3}{4}\pi)$ Trouve a et b.
- ② Un corps de poids 300 g p est posé sur un plan l'asse incliné sur l'horizontale d'un angle dont la tangente est 1/3 Le corps est en équilibre a l'aide d'une force incliné sur le plan du plus grande pente d'un angle de 30° vers le nant. Trouver i'intensité de la force et l'intensité de la réaction du plan.

Troisième question:

- 1 Un cycliste a parcourn une distance de 37 5 km sur une ligne droite à une vitesse de 25 km.h., puis 18 k à une vitesse de 12 km.h. Calcule la norme du vecteur de la vitesse moyenne peridant le trajet si:
 - a les deux déplacements ont même sens
 - b les deux déplacements ont des sens contraires.
- (2) Un corps commence son mouvement par ane accélération uniforme de 5 cm/s² et une vitesse mitiale 20 cm/s contre le sens de l'accelération. Trouver sa vitesse et son déplacement apres-
 - # 3 secondes.
- b 4 secondes.
- c 6 secondes.
- d 9 secondes

Quatrième question:

- (1) Soit A et B deux événements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. Si $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ Fronve $P(A \cup B)$ $P(A \cup B')$
- (2) Trouver la forme genérale de l'équation du cercle de centre (2 : 1) et de rayon 3 cm

Epreuve (2)

Applications Mathématiques

Répondre aux questions suivantes:

Premier question: Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

 Si on choisit au hasard une lettre de l'ensemble des fettres E = { A : B : C : D : E . F : K : L . M: N. O; R. U; X}, alors la probabilité que la lettre Chois ssez soit une lettre du mot Mabrouk est:

(2) Le point qui se trouve sur le cerele d'équation $(x-2)^2 + y^2 = 13$ est

a (2:3)

b (3: 2)

(3) Deux forces d'intensités 5 et 3 Newton sont concourantes dont la mesure de leur anglé est 60°. Alors leur résultant est.

d 5

169 30

₫ ≠ 300

Denvième question:

- (1) La cube de cire de 30 cm c'arrêt est fondu et transformé en un cône circulaire droit de 45 em de hauteur. Trouver la longueur du rayon de la base du cone sachant que 🚭 de la cire a été perdue pendant la fente et la transformation.
- (2) Soit A et B deux événements de l'univers des éventuaintes d'une expérience aléatoire Si P(A) $\frac{3}{8}$ et P(A \oplus B) $\frac{3}{4}$, trouve P(B) dans chacan des eas suivants

 A et B sont incompatibles

 P(A \cap B) = $\frac{1}{8}$

Proisième question :

- (1) Une barre homogène de longueur 100 cm et de poids 150 g p, est attachée par det x fils dont les extrémutés sont fixés en un point. Si les longueurs des fils sont 80 cm et 60 cm. Tronvez la tension de chacun de deux fils.
- (2) ABCDEF est un hexagone regulier des forces d'intensités 8, $6\sqrt{3}$, 5 et $+\sqrt{3}$ sont appliqués survant AB . AC . AD et AE respectivement Trouver l'intensité et a cirection de leur résultante.

Quatrième question :

- 1) La vitesse d'une volture est diminué régulterement de 66 m/s à 79,2 km/h quand elle parecurt une distance de 66 mètres. Trouvez le temps pour parecurir cette distance, puis la distance parcouru jusqu'à son arrête
- (2) D'un pomi au sol un corps est lancé veracalement vers le haut puis il revien, au point de lancement après 10 seconds trouvez:

a la vitesse initiale.

la hauteur maximale,

Epreuve (3)

Applications Mathématiques

Répondre aux questions suivantes :

Premier question : Choisessez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- 1) Frois forces de même intensité concourantes en équilibre aiors la mesure de l'angle entre chaque deux forces est égale à :
 - a 60 "
- b 90 "
- "€ 120 °
- d 150
- 2 A et B sont deux corps se deplacent en sens contraire dont la norme de la ν tesse de A es, le double de celle de B, alors $|v_{AB}|^2$
 - @ 1.5 va
- b 2.v.
- € 2,5 v₄
- # 3 VA
- 3 Sont A et B deux évênements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire Si A ⊂ B alors P(A ∪ B) est égale à
 - 8 P(A)
- b P(B)
- ₱ P(A, +P(B))
- d P(A f) B)
- 4 Le péramètre du cercle d'équation $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 25$ est égale à ...
- anité de longueur

- a 277
- b 3 m
- 18 10 m
- d 25 7

Deuxième question:

- 1) Un corps est tombé verticalement, d'une hauteur 22,5 m vels un sol sableux et il s'y enfonce d'une distance de 25 cm avant le repos. Calculer:
 - La vitesse du corps au moment où il atteirt le sol.
 - b l'accélération du mouvement dans le sable.
- 2 Un corps se déplaçant en ligne droite avec une accélération uniforme a parcouru 26 cm durant la quatrième second puis une distance de 56 cm durant la neuvième second. Calcu ex.
 - a l'accélération.

b la vitesse initiale .

Troisième question:

- 1) Soit une sphère homogènne lisse de poids 10 g p et de longueur de rayon 30 cm. On l'attache par le point B de sa surface par un ill de longueur 30 cm. L'attre extrêmité A du fil est fixée en un mur lisse vertical. La sphère est en équilibre lorsqu' elle répose sur le mur. Trouver l'intensité de la tension du fil et l'intensité de la réaction du mur sur la sphère.
- (2) Sachant que la longueur de chaçan de rayon de la Lune e, de la Terre est ,600 km et 6400 km respectivement, le rapport entre l'accelération de l'attraction entre eux est 1 : 6 Trouvez le rapport entre leurs masses.

Quatrième question:

- (1) Une pyramide régulière à base quadrilaière de longueur de base 10 cm et de hauteur 10 √3 cm. Calculer:
 - a son alre latérale.

- b son volume.
- 2 Soit A et B deux évênements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire Si P(B) = 0,8 et P(A O B) = 0,2 Trouve;
 - a P(A')
- ₱ P(A ∪ B)
- @ P(A B)
- # P(A = B)

Epreuve (4)

Applications Mathématiques

Répondre aux questions suivantes:

Premier question : Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- (1) Dans l'univers, les forces d'afraction entre les planetes ne paraissent pas clairement en raison de
 - a l'éloignement entre elles.

b la grandeur de leurs masses.

e le rapprochement entre elles.

d bei e ensemble.

8 . 7

b) 178

C 123

.d. 5

3 Le centre du cercle d'équation $x^2 + y^2 - 6x + 8 y = 0$ est le point

a (3:4)

b (4:-3)

(-3:4)

d (-4:3)

(4) On effe un de une scule fois et on note le nombre apparu sur la face supérieure, alors la probabilité d'obtenir un nombre compris entre 3 et 5 est.

 $a = \frac{1}{6}$

(b) 1/3

ंक <u>1</u>

bd 3

Deuxième question:

1) Une boite contient 30 cartes identiques numérotées de 1 à 30. On tire au hasard une carte Lafoulez la probabilité que la carte firée porte un nombre:

pair divisible par 3,

b impaire cabe parfait.

c premier inferieur á 15

d contenant le chiffre 2 on le chiffre 3

(2) Trouvez le rayon de la base du cône circulaire droit dont l'aire totale es, 6 6 π cm² et la longueur de son génératrice est 30cm

Profsième question:

- (1) Trois forces coplanaires d'intensités 85 , 75 e, 50 √2 kgp agissent en un point matériel. Si la première dans la direction de Est , la deuxième 30° Ouest par capport ai, Nord e, la prossème dans la direction. Sud Ouest prouvez l'intensité et le sens de la résultante.
- (2) La fil lasse de longueur 30 cm est attaché par ses deux extrémités en deux points A et B tel que AB est horizonta. AB 18 cm. S' un anneau isse de poids 150 g p glisse sur le † l, démontrez que dans l'état d'equil,bre les deux branches du fil sont de même longueur puis trouvez la tension dans chaque branche du fil.

Quatrième question:

- 1) Une partique se déplace dans un repère orthogonal et se trouve aux deux instants t = 2 et t = 5 dans les deux positions A(7 ; 3) et B (12 ; 10) respectivement. Frouver l'intensité et la direct on de la v tesse movenne de cette particule durant cet intervalle de temps .
- (2) Une boule en caoutchouc tombe d'une hauteur de 15 mètres sur le sol. Elle heurte le sol et rebondit verticalement vers le haut pour attenure une distance maximale de 6 m. Carculez la vitesse de la boule juste avant et après qu'elle heurte le sol.

Epreuve (5)

Applications Mathematique

Réponds aux questions suivantes:

Première question : Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- (1) Soient deux forces de même intensité et si la mesure de leur angle est # ét 'intensité de teur résultante est 3 Newton, alors l'intensité de chacune d'elles est Newton
 - · b √3 S 3

d 3/3

- 2 Un corps est tombé d'une hauteur 10 mètres sur un sol horizontale alors sa vitesse au moment d'arriver au sol en mis est :
 - a Zéro
- **b** 20
- © 14
- d 196
- 3 S. A et B sont deux évenements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire, ators la probabilité de la réalisation de l'un des deux événements est:
 - a P(A UB)
- b P(AUB)
- P(AUB)-P(AOB) & P(AOB)
- (4) L aure latérale d'un cône de longueur de rayon de base 6 cm et de hauteur 8 cm = -

- a 6077
- b 2877
- C 1077

Deuxierne question:

- (1) Deux voitures se déplacent sur une route droite la première à une vitesse de 90 km/h, la deux ême a une vitesse de 60 km/h. Trouver, a vitesse de la premiere voiture par rapport à la deuxième volture lorsque les deux voltures roulent.
 - dans le même sens.

- b dans des sens contratre.
- (2) Un prain parcourt la distance du Caire à Tanta en deux étapes première étape du Caire à Tapta une distance de 100 km, a une vitesse de 100 km, h, denvième étape du Tapta à Alexandrie une distance de 110 km. à une vitesse de 80 km/h, sachant que le train s'arrête à Tanta 10 minutes, Calculez le vectour vitesse moyenne pendant tous le trajet.

Troisieme question:

- Trois forces c'intensités 5, 10 et 4 √7. Newton, appliquent en un point, si la mesure de l'angle entre la premiere et la deuxième forces est 60°. Trouver la valeur maximale et minimale de la résultante de ces trois forces.
- (2) AB est une échelle homogène de pois 8 √ 3 répose avec son extrémité A sur un mur vertical asse et l'extrémité B sue un so, horizontal rugueux, si l'extrémité A se trouve à $\sqrt{3}$ m du sol et l'extrémité B se trouve à 2 m du mar, Trouver la pression au mar et au sol.

Quatrième question:

- Soit A et B deux événements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire Si P (A \cap B) $= \frac{1}{12}$, P(A) $= \frac{2}{3}$ et P (B, $= \frac{5}{12}$ Trouve la probabilité de la réalisation de chaçan des événements survants:
 - a l'un des deux événements au moins.

B sculement.

- l'un des deux événements au plus.
- (2) Trouve l'image du cercle d'équation : $x^2 + y^2 12x + 6y + 20 = 0$ par la translation (x + 2 ; y 2)

Epreuve (6)

Applications Mathématique

Réponds aux questions suivantes:

Première question : Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

(1) Si l'intensité de la résultante des deux forces est maximale alors la mesure de l'angle de deux forces est:

a 0°

b 60°

© 120°

d 180°

2 St sa vitesse d'une vosture est giminuée de 90 km/h à 36 km/h durant 4 seconds ; alors la distance dans cette intervalle du temps est égale à =

10 m

b 25 m

70 m

d 140 m

(3) Parmi 10 cartes identiques numéroiées de 1 à 10. Si on tire au hasard une carte, alors la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 3 est:

8 0.2

b 0.3

0 0.4

d 05

4 Le volume d'un cône de longueur de rayon de base est r et de hauteur h = _____ em²

0. 美加州

10 3 mr2h

 $rac{1}{4}\pi r^2$

Deuxième question :

- (1) Trouvez la forme générale de l'équation du cercle de centre (2, 4) et de rayon 5 cm.
- 2 Sont A et B deux événements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire Si $P(B') = \frac{3}{8}$ et $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

'rouve P(A) dans chacun des cas survants :

A et B sont incompatibles

b P(A∩B) 1/8

Troisième question:

- (1) Si la masse de la lerre est 5.97 × 10.74 kg et son rayon et 6,36 × 10.6 m, trouvez la force d'attraction de la Terre sachant que la constante universelle de gravitation est 6.67 × 10. Newton.m² kg²
- (2) Le vecteur de position $\stackrel{\sim}{r}$ d'un corps est donné en fonction du temps par la relation .

 $\vec{r} = (6t - 3) \vec{i} + (8t + 1) \vec{j}$ où \vec{j} et \vec{j} sont deux vecteurs unitaire de base Trouvez la norme di vecteur déplacement = 3

Quatrième question :

- 1) Deux forces d'intensité F et $\sqrt{2}$ F Newton sont appliquées à un point matériel. L'intensité de leur résultante est perpendiculaire à la première force. Trouver la mesure de l'angle formé par leur direction, puis démontrez que leur résultante est égale à T
- (2) Une sphère métallique de pois 400g p. Agisse au son centre, est posée entre deux plans lisses l'un est verticale et l'autre est melinée sur la verticale d'un angle de mesure 60°, trouvez la réaction de chaque plan.

Epreuve (7)

Applications Mathématique

Répondre aux questions suivantes:

Première question: Choisissez la bonne réponse :

- 1 La force R est décomposée en deux forces F et F_2 faisant deux angles de mesures θ_1 . $heta_{\tau}$ de part et d'autre la torce $\overline{\mathbb{R}}$. Lors l'intensité de \overline{F} est:

- $\frac{\operatorname{RSin} \theta_2}{\operatorname{Sin} (\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\operatorname{RSin} \theta_2}{\operatorname{Sin} (\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\operatorname{RSin} (\theta_1 + \theta_2)}{\operatorname{Sin} \theta_2}$
- (2) S. A et B. sont daux evénements de l'univers des éventual tés d'une expérience aléatoire, et $P(B) = \frac{1}{2}$, P(A) = 1 - P(B), alors
 - eard (A) = eard (B)

b card (A) > card (B)

c card (A) ≤ card (B)

- d card (A) + card (B) = 1
- (3) St on lance i n'eorps verticalement yers le haut à une vitesse de 98 m.s. alors le temps pour arriver à la hauteur maximale =
 - a 15.8
- b 10 a
- C 3 s
- # 20 s
- (4) Le volume d'un cône criculaire droit de longueur du rayon de base 7 cm et la longueur de sa génératrice est 14 cm, est égal à management au cm3
 - # 49 J3 T
- 343 7

Deuxième question:

- (1) AB est une barre homogène de longueur 40 cm de poids 30 Newton est attachée par son extremité A à une charmère fixee sur un mur vertical. La barre est maintenue en position horizontale à l'aide d'un fil attaché au point B et à l'autre extrémité à un point C du mur au dessus de A d'une distance 40 cm Trouvez l'intensité et la direction de la réaction en A.
- (2) Un corps de poids 18 Newton est posé sur un plan lisse incliné sur l'horizontale d'un angle de nesure 30°. Le corps est empêché de guisser à , aide d'une force torizontale d'intensité F Newton. True ver l'intensité de cette force et la réaction du peau sur le corps.

Troisième question:

- (1) Un como commence à se mouvoir dans une direction fixe a une vitesse de 15 c nis avec une accélération uniforme de 2,5 cm s² dans le même sons que la vitesse initiale. Calculez la distance parcourue par le corps durant la quatrième seconde.
- (2) one boule en caoutchoug tombe d'une bauteur de 90 m du sol, ble heurte le sol et rebondit verticalement vers le haut à une vitesse qui est égale à la moit é da la vitesse d'arriver au sol. Déterminez la bauteur maximale qu'elle atteinte.

Quatrième question:

- 1) On jette une pièce de monnale trois fois de suite et on note la succession des faces et des piles. Calculez les probabilités des événements suivants :
 - l'évenement « obtenir pile une seule fo s» la l'évenement « face deux fois au plus » :
- (2) Determine la forme générale de l'équation du cercle du centre (2;3) et de pagueur curayon de 8 unités de longueur.

Epreuve (8)

Applications Mathématiques

Répondre aux questions suivantes :

Première question: Choisissez la bonne réponse :

- Soient deux forces de même intensité et dont l'intensité de la résultante est égale à 8 Newton Si la mesure de l'angle de deux forces est numerous l'intensité de chaque force est égale à Newton
 - a $2\sqrt{2}$ b 4 c $4\sqrt{2}$ c 8
- 3 Un corps est lancé verticalement vers le haut à une vitesse de 42 m/s, aiors la hauteur maximale est
- - **a** $P(A \cup B) = P(B)$ **b** $P(A \cup B) = -P(A')$ **c** $P(A \cap B) = P(B)$ **d** $P(A \cap B) = 0$

Denvième question:

- 1) D'un point fixe (O), une particule se meat en ligné droite. Son vecteur position r est déterm né par la relation $r = (t^2 + 3t + 5)$ c où c est un vecteur unitaire parallèle à la droite. Trouver le vecteur déplacement ainsi que le vecteur vitesse moyenne du débit di mouvement jusqu'à l'instant t = 3 s.
- (2) une petite paerre est lancé vers le haut à une vitesse de 19,6 m, s' du sommet d'une montagne de hauteur 156,8 m de la surface de la terre. Trouvez :
 - le temps mis de début jusqu'à l'arrivée de la terre.
 - b la vitesse au moment d'arriver à la terre

troisième question

- (1) Une parre homogène AB de poids 20 kgp est attachée par son extrémité A à 1 ne charnière fixée sur un mur verucal. Une force nonzontale F agit sur la barre au point B. La barre est en équilibre forsqu'elle est molinée sur l'horizontale d'un angle de mesure 30°. Frouver l'intensité de F, et la réaction sur la charmière.
- (2) Décomposer une force d'intensité :00 Newton dans deux directions dont l'une fait un angle de mesure 60° avec la force d'un côté e. l'autre fait un angle de mesure 30° avec la force d'un côté e. l'autre fait un angle de mesure 30° avec la force de l'autre côte

quatrième question

- (1) Soit une pyramide régulière à base quadrilatère de longueur de côté de base 18 cm. Si le volume de la pyramide est 1296 cm³, trouver sa hauteur latérale et son aire latérale
- 2 Si A et B sont deux evénements de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. Si la probabilité de la réalisation de l'évenement A = 0,5, la probabilité de la réalisation de l'évenement B = 0,6 et la probabilité de n'est pas realisé les deux évenements ensemble = 0,2 calculer les probabilités suivantes :

- Réalisation de A et B ensemble
- Réalisation de l'un de deux événement au moins
- réalisation de B et non réalisation de A

Epreuve (9)

Applications Mathématiques

Répondre aux questions suivantes:

Première question: Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- 1) SI F, =5 7, F, =7 7 5 7, si leur résultante est R; alors | R |
 - a 15 + 174

- d 112 15
- (2) Sonn corps tombe d'hauteur de 19,6 de la surface d'une terre laxiste. Il pénêtre 14 cm dans la terre avant de s'arrêter trouve l'accélération du mouvement dans le sable en .n/s²

- (3) Si on jette un dé régulier deux fois de suite et on note le nombre apparu sur la face supérieur. Alors la probabilité de l'événement « la différence absolue est égale à 4 » est
 - a 5.

- (4) une hyramide régulière dont la base est un quadrilatère de côté 10 cm. S' sa hauteur latérale est 13 cm, alors son volume est égale à en em
- **a** $\frac{1}{3} \times (10)^2 \times 13$ **b** $\frac{1}{3} \times (10)^2 + 12$ **c** $\frac{1}{3} \times (12)^2 \times 13$ **d** $\frac{1}{3} (13)^2 = 10$

Deuxième question:

- (1) Une barre, homogène repose par ses extrémités à det x plans methoés sur l'horizontal des angres de mesures 60° et 30°. Trouver la mesure de l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal dans le cas d'équilibre. Si le poids de la barre est 74 Newton, déterminez les réactions des plans
- (2) Cang forces coplanaires concourantes d'intensités 12, 9, $5\sqrt{2}$; $7\sqrt{2}$ 7 kgp agissent dans les directions Est ; Nord ; Nord Ogest . Sud Ouest . Sud respectivement, Démontrez que le système est en équi, ibre

Troisième question

- (1) Un bateau se durige vers un port suivant un trajet rectiligne. Quand il est encore à 100 km du port, un avion le survole à 250 km/h en sens contraire. L'avion a vu le bateau se déplacer à 275 km/h. Combien de lemps faudra-t-il pour que le bateau atteigne le port ?
- (2) Une parucule est lancée, opposé du vent à une vitesse de 40 cm/s 1, se déplace d'un mouvement retardé rectifique d'une décélération uniforme de 8 cm. se l'Irouvez la vitesse de la particule quand il est de distance .
 - 84 cm du point de départ.
 - 96 cm de l'autre part du point de départ (expliquez la signification des iéponses obtenues)

Quatrième question

- 1) Si A et B sont deux événements de l'imivers des eventualités d'une expérience aléatoire Si $A \subseteq B$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{8}$ calculer les probabilités suivantes :
 - I a nom réalisation de B.
 - b La réa isation de A
 - la réalisation de B seulemen.
 - d La réalisation de l'un de deux événement sculement
- (2) Une pyramide régulière à base carrée de côte 8√ 2 cm et la longueur de son arête laterale est 4/6 cm Trouvez:
 - l'aire atérale de la pyramide
- b le volume de la pyrani.de.

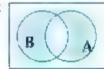
Epreuve (10)

Applications Mathématiques

Répondez aux questions suivantes

Premiere question: Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- 1) Les valeurs maximale et minimale respectivement de la resultante de deux forces 8 et 13 Newton est.
 - # 13:8
- b 13: 5
- © 21:8
- d 21: 5
- (2) Si un corps commence son mouvement à une vitesse de 30 envs et une accélération uniforme. 5 cm/s² de même seus que la vitesse initiale, alors la distance parcourue après 10 secondes
 - a 550
- **b** 300
- **8** 1500
- (3) L'événement qui représente la partie hachurée dans la figure ci—contre est
 - U (A ∩ B)
- b U-(AUB)
- * (AUB) (A (B) d U (A UB)



- (4) La longueur du diamètre du cercle : $x^2 + y^2 2x 6y + 1 = 0$ est égale à .
- b 4

Denxieme question

- 1) Déterminez l'équation générale du cercle du centre (-2 : 5) et passant par le point (3 . 2).
- (2) Si A et B sont deux événements de , anivers des éventualités d'une expérience a éatoire. $P(A) = 0.6 \cdot P(B) = 0.25$ et $P(A \cap B) = 0.2$ Calculez les probabilités suivantes :
 - A La réalisation de A
 - La réalisation de A ou B
 - La a n'est pas réalisé ou. B n'est pas rélisé

Troisième question

- 1) Une boule homogène repose sur deux barres parallèles situées dans un même plan homeontal. La distance entre les deux barres es, égale à la longueur du rayon de la boule. Frouvez la pression de la boule sur chaque barre sachant que son pouts est 10 Newton.
- (2) Deux forces appliquent en un point matériel, si la valeur maximale de leur résultante est 3º kgp et la valeur minimale est 1º kgp Trouvez les intensités de chacune de forces, puis trouvez leur résultante si la mesure de l'angle des les deux forces est 60º.

Quatrième question

- 1) Si la force d'attraction entre le soleit et la l'erre est 35 67 · 10²⁴ Newton, la masse de la Terre est 5.97 × 10²⁴ kg et la masse du soleit est 19 × 10²⁴ kg. Trouvez la distance entre la Terre et le soleit sachant que la constante de gravitation amiverselle est égale à 6.67 × 10²⁴ Newton m²/sg²
- (2) Une ba le est tirée horizontalement sur une masse de bois avec une vitesse de 100 m.s. Elle pénètre dans le bois sur une distance de 50 cm. Trouvez l'accélération du mouvement de la baile dans le bois en supposant qu'elle est constante. Si la balle est tirée sur une autre masse semblable de la première d'épaisseur 18 cm. Quelle est la vitesse de la balle quand elle sort du bois "

Unite 1 Statique

Réponses de quelques exercices de la leçon 1

- 3 10 Newton 4 4 Newton 5 /19 Newton

- 6 0
- (7) d: (8) c

- (9) d.
- (10) h
- (1) 5√3 , 90°
- (12) $R = 3\sqrt{5} \text{ N: m}(/\theta) = 26^{\circ} 33' 54''$

- (13) 120° (14) F = 4N (15) $4\sqrt{2}N$
- 17, 90"
- (18) 15 N : et perpendiculaire à la len force
- (19) 1+2/3 20 6/3 kg.p
- 21) 5 et 3 N (2) 15 N
- 23) 3 15 kg.n
- 64 V2 : V3

Répunses de que que ques exercices de la leçon 2

- (1) Zêro
- (2) 4
- (3) 8.78 N; 6.21 N (4) $18\sqrt{2}$: 18

- (5) 6 kgp. (6) $6\sqrt{6}$: $6\sqrt{2}$
- (7) 439,231 gp : 310, 583 gp
- (8) $60\sqrt{2}$, $60\sqrt{2}$
- 9 80 13: 80
- 00 9:9√3

(1) 21 N

- (12) 360 gp
- (13) 2588 N : 3660 N

Réponses de quelques exergices de la lecon 3

- ① 5; $\tan \frac{4}{3}$ ② 3; $\frac{10}{3}$ ③ -1, 1 ④ figure | $\tan \frac{3}{4}$ figure 2 $\tan \frac{5}{2}$ figure 3 R = 1 dans le sens de ox

figure 4 R 2/1 perpendiculaire à BC

- figure 5 la 🗓
 - figure 6 $R = 20 \cdot \text{tg}^{-1} \sqrt{3}$
- (5) 3 : la résultante agisse dans le seus de la deuxième force
- (6) 210°
- (7) $\theta = 120^{\circ}$ (8) $5\sqrt{3}$ N . 60 °
- $(9) \times 2 \times .45^{\circ}$ (1) a = 1, b = 1
- $(12) K = 3 \text{ kgp} : F = 45^{\circ}$
- (13) F = 3 N : K = 14 N

(4) F = 3 N : K = 14 N

Réponses de quelques exercites de la leçon 4

- 1) Potygone l'emé
- (2) x = 0 st y = 0
- 3 3.5
- (6) Figure 1: $20\sqrt{3}:40\sqrt{3}$
 - Figure 2: 6 \(\frac{3}{3} \) : 6
 - Figure 3: 50 \(\sqrt{5} \) : 50
 - Figure 4: 18 N: 24 N
 - Figure 5: 20 \$\frac{7}{2} gp
 - Figure 6: $\theta = 60^{\circ}$, P = 16 unité de force
- (7) 9: 15 kg.P
- (8) $10\sqrt{2}$; $10\sqrt{2}$ Newton
- (9) R . R, $20\sqrt{3}$ N
- jo √3 P: √7 P
- 11) $F = 30 \sqrt{3} gp , x = 30 gp$
- (12) T₁=200 · ⁴/_z · 160 gp $T_2 = 200 \times \frac{3}{5} = 120 \text{ g p}$
- 13 0 = 60"
- 14) F = 600 g.p. et R = 1000 g.p.
- 15) $R = 36 \sqrt{3} \text{ N. P} = 72 \text{ N}$
- 16 R 3 V3 Net R = 6 N
- (17) T -12 N . T, -16 N
- 18) F = 9 kgp. K = 5 kgp
- 59 F = 9 kgp , K = 6 kgp
- (20) F = 2 √3 kg.c. 30°

Réponses de quelques exercices generaux de l'unite

- (1) F = 4 dyne (2) 13.3 N
- (3) p sinθ (4) 10 kgp
- $(5) a = -6 \cdot b = 2$
- (6) figure 1 $F = 3, k = 3\sqrt{3}$
 - figure 2 : F x 4

Réponses de quelques exercices de L'épreuve cumulative

- (1) a son intensité seulement
 - b l'intensité et le sens

(6)
$$R = 8 \text{ N}$$
, $\theta = 30^{\circ}$ (7) $e = 120$

$$(7) e = 120$$

Unité 2: Dynamique

Réponses de quelques exercices de la leçon 1

- 1) 72 km/h (2) 25 m/s
- (3) 18km
- (Te (8) 0 (9) c

- (10) c (11) $y = 90.24 \times 10^7 \text{ m/s}$
- (12) Le temps d'attendre = 7 minutes
- 33 d 225 m
- (13) V = 100 m. min
- (16) d pour la premier = 66 km
- 200 d = 25 m

Artivité 3 :

Reponses de quelques exercices de la leçon 2

- (1) a 24 | (b) 10
 - 3 m/s²
- (2) 72m (3) 363m (4) 6.25

- 6, 27 m
- (7) 81, 1080 (8) 42m
- 1) 3s (3) 8 s

Reponses de quelques exercices de la leçon 3

- (1) 84 m s (2) 58 8 m.s
- (3) # 10 s 10 49 m/s
- (4) 14 m/s. 7 m/s
- 6 14.7m/s. 2s
- (8) 10s
- 9 9 19,6 m/s² 19 6m 9 24,5 m
- 10 a 36m h 2s p 5s

- 11 a 35 m/s b 625 m 10 s
- 32 3s. 44.1m. 15.9 m

Réponses de quelques exercices de la leçon 4

- (6) 8.112×10 4 (7) 6.4898×10 12
- (8) 2.50125 ×10⁻⁹ (9) 1.7543 × 10⁻⁰
- 50 6×10 M
- (1) 1.6008 × 10 22
- (12) 1724 km (13) 9 99m/s²
- $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2668 \times 10^{-55}}{}$

Réponses de quelques exercices genéraux

- 4 2m/s 10m (5) 10s
- (7) d=49m/s, v=122.5 m
- (9) vo 21m/s , 1 20 s
- (1) $V_m = 6 \text{ m/s}$ (12) $v_t = 30 \text{ km}$
- 15 114m
 - 57.1 20 s

Réponses de quelques exercices de L'épreuve cansulative

- 1) 16
- (2) 6 R maximum 24 N
 - b R mm mum = 8 N
 - 6 8 √3 N et fait un angle de 30° avec la force 16 N
- (3) 5√2 N et l'ait un angle de 315° avec la l'ex force.

Unité 3 : La géometrie et la mesure

Béponses de quelques exercices de la leçon 1

- 6 sinfinités
- infinités
- c infinités
- od un seul plan
- guatre plans

10 # / 15 /

- (7) B C BUE B &

Réponses de quelques exercices de la lecon ?

- (1) a 5 b 6 p 5 d 10

- (2) la hauteur de la pyramide ; la hautear latérale: la longueur de l'arrête
- (3) 120 cm : 109 cm
- la longueur de la génératrice du cône de la tente
- (5) la hauteur de la grande pyramide est égale à peut près .45 mêtres

Réponses de quelques exercices de la leçon 3

- 1 a AC b BC CD
- d AB
- e.C.C If (C) 4) l'aire latérale - 576 \(\sqrt{3} \) cm²
- (5) le côte du papier 510 Livres

la longueur du rayon du cerele du cône – 7 cm

Réponses de quelques exercices de la lecon 4

- (1) 4800cm³ (2) 9175.8 cm³(3) 10cm
- (4) 3500cm³ (6) 1582 8 cm³(7) 342,3 cm³
- (10) 8 cm (11) 140.9m² 9 987.5 2

Réponses de quelques exerçues de la leçon 5

- (1) at (2) et (3) bt (4) b
- (5) d (6) d
- $(7) = (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$

 - **b** $x^2 + y^2 = 16$ **c** $(x 3)^2 + y^2 = 36$
- (8) a $(x-3)^2+(y-3)^2=4$
 - **b** $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 9$
 - $\mathbf{c} = (x-4)^{2} + (y-3)^{2} = 9$
- (9) a $(x-7)^2+(y+5)^2-65$
 - b (x-3)2+(x+1)2 18
- 32 a m (1;0) ,r 3

Reponses de quelques exercires géneraux

- (2) deux points (2) un seu, plan
- Trous points au moins
 4 confondus
- (5) de même longueur
 - (8) √18
- (1) 60 n cm² (12) 384 cm² (13) 384 cm³
- (14) 4: # (15) 9cm 16. 260 cm²
- $(21) x^2 + y^2 10x + 24y = 0$

Réponses de quelques exercices de L'épreuve cumulative

- (1) et (2) et (3) et (5) to
- (6) a Une seal druite b n'existe pas
- - c Une seul drone d 6 drones
- (7) a une infinité la une infinité
 - c Un seul plan
- (9) $x^2 + y^2 4x + 14y 48 = 0$
- (1) 1761.8 cm3

Unite 4 : probabilite

Réponses de quelques exercices de la lecon 1

(5) $A = \{12; 14: 16; 18; 20\}$.

$$B = \{1, 2; 3; 4, 6; 12\}$$
, $C = \{3; 9; 15\}$.

- $D = \{10, 20\}, F = \{1, 2, 3, 4\}$
- (9) c (10) d (11) b (12) d (13) d
- (15) $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{18}$
- 22 1 5 5 3 13 14 : 0.4 : 0.6

Réponses de quelques exercices généraux

- (1) c (2) d (3) c (4) a (5) a
- (6) d (7) o (1) P(B) = 0.3
- $P(A) = \frac{3}{8} P(C) = \frac{1}{2} P(A) = \frac{1}{4}$
- (17) a 0.235 \$ 0.1 \$ 0.53 \$ 0.825

Reponses de quelques execuices de l'apreuve cumulative

- $(1) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- (4) { (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4.1)}
- (5) { 3, 6, 9, 12, 15, 18}
- (8) a 0.5 \$ 62 @ 03
- (9) a 0.3 (b 0.45 to 0.7)
- 10 a 0.25 6 0.35 @ 91

horeuve (1) a premier question

1) u (2) e (3) e

Deuxième question

- (1) a = 10, b = 1
- (2) F = 100 √3 gp, R 100 √3 gp

Quatrième question :

(1) a) 1 (2) $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$

Epreuve (2) : premier question

1) e 2 d 3 b

Deuxième question :

- (1) ~ 23cm (2) 1 3

Troisième question :

- (1) 120 g.p.: 90 g.p.
- (2) $\sqrt{651}$ N , m(θ) = 40° 9° 30°

Epreuve (3) : premier question

- 1 2 3 5

Troisième question :

- (T) 1) 12.5 g.p; 7.5 g.p
- (2) 1:96

Epreuve (4) : premier question

- 1 1 2 1 3 8

(4) C

Deuxième question:

- ① $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$

Troisième question :

- (1) (1) 60 kgp ; 92° 23° 11"
- (2) $T_1 = T_2 = 93.75 \text{ kgp}$

Epreuve (5) : premier question

- (1) b (2) c (3) c

Deuxième question:

- (1) a 30 km/h
- 6 150 km/h
- 2) 82.6 km/h e

Troisième question:

- 1) 947 : 17 N (2) 8, 16 gp.

Epreuve (6): premier question

- (1) 4 (2) c (3) b



Deuxième question:

- 1) $x^2 + y^2 4x + 8y 5 = 0$
- 2 1 1 1

Troisième question :

- 1) 9,844 m/s²
- (2) 30 unité de distance

Epreuve (7): premier question

- 1 6 2 8 3 6

Troisième question :

- (1) 95 cm (2) 22.5m

Quatrième question :

- (1) **a** $\frac{3}{8}$ **b** $\frac{7}{8}$ (2) $x^2 + y^2 + 4x 6y 3 = 0$

Epreuve (8): premier question

- (1) c (2) d (4) a

Denxième question :

- (1) $\vec{D} = (\vec{r} + 3t) \vec{e} \cdot \vec{D} = 18 \vec{e}$ V = 6m/s = 6
- (2) * 8 s b 58.8 m/s

Quatrième question :

- 1) 15cm 540cm²
- (2) (1) 0.2
- (2)0.9
- (3) 0.4

Epreuve (9): premier question

- (1) e (2) a (3) e
- (4) b

Deuxlème question :

(1) 12, 12/3 N

Troisième question:

- (1) 2 h (2) a 16 cm/s b 56 cm/s

Epreuve (10) : premier question

- (1) (1 (2) (3) e

Quatrième question :

- 14.6×10^{10}
- (2) 100 m²/s² . 80 m/s

http://elearing.moe.gov.eg

جميع حقوق الطبع محفوظة لوزارة التربية والتعليم داخل جمهوربة مصر العربية

$\frac{1}{\lambda}$ (Y6×2A) سم	مقاس الكتاب
ة لو ن	طيع المتن
۽ ڻون	طبع القلاف
۸۰ چم ابیض	ورق المتنن
۲۰۰ جم کوشیه	ورق الفــــــــــــــــــــــــــــــــــــ
۱۸۰ صفحة	عندالصفحات بالغلاف
\0AA/1-/\0/\77\4\4\	رقهم الكتاب

